

Texas Instruments TI-86 laskimen käyttö

Mika Huurre

Texas Instruments TI-86 laskimen käyttö

Copyright © Mika Huurre, 2007.

Versio 0.5.2. (11.5.2007): Muutettu yksittäisistä www-sivuista OpenOfficen ODF-tiedostomuotoon. Muutoksen yhteydessä korjattu muutamia virheitä, kielioppia ja lauserakenteita. Muutoin sisältö pysynyt ennallaan.

Dokumentissa käytetyt TrueType-fontit ovat Arial, Arial Black, Times New Roman, Courier New sekä CreativeCommons ja se on koottu Open Officen versiolla 2.0.4. Laskimen näyttökuvat ovat linkkejä alihakemistoissa oleviin kuviin.

Tässä dokumentissa mahdollisesti esiintyvät rekisteröidyt tavaramerkit ovat omistajiensa omaisuutta. Possible trademarks in this document are of their respective owners.



Tämä teos on lisensoitu

Creative Commons Nimeä-Epäkaupallinen-Tarttuva 1.0 Suomi

lisenssillä. Tästä johdetuissa teoksissa pitää näkyä aina edeltävien tekijöiden nimet.

Nähdäksesi lisenssin vieraile sivulla <http://creativecommons.org/licenses/by-nc-sa/1.0/fi/> tai lähetä kirje Creative Commons, 171 Second Street, Suite 300, San Francisco, California, 94105, USA.

Seuraavassa on tiivistelmä juridisesta lisenssin sisällöstä, joka on täydellisenä sivulla

<http://creativecommons.org/licenses/by-nc-sa/1.0/fi/legalcode>

Sinulla on vapaus:



kopioida, levittää, näyttää ja esittää teosta



remixata — valmistaa muutettuja teoksia

Seuraavilla ehdoilla:



Nimeä. Teoksen tekijä on ilmoitettava siten kuin tekijä tai teoksen lisensoija on sen määrännyt (mutta ei siten että ilmoitus viittaisi lisenssinantajan tukevan lisenssinsaajaa tai Teoksen käyttötapaa).



Epäkaupallinen. Teosta ei saa käyttää kaupallisiin tarkoituksiin.



Tarttuva. Jos teet muutoksia tai käytät teosta oman teoksesi pohjana, tulee syntynyt teos jakaa lisenssillä joka on identtinen alkuperäisen teoksen lisenssin kanssa.

Uudelleen käyttäessäsi tai levittäessäsi tätä teosta, sinun tulee tehdä selväksi muille tämän teoksen käyttäjille nämä lisenssiehdot.

- Tämän lisenssin rajoituksista voidaan luopua tekijänoikeuden omistajan antamalla luvala.
- Lisenssi ei rajoita tekijän moraalisia oikeuksia.

Tämä lisenssi ei vaikuta tekijänoikeuslain rajoituksiin tai muiden lakien myöntämiin oikeuksiin.

Sisällysluettelo

1 Yleistä	6
1.1 Lue tämä turhan päänsäryn välttämiseksi	6
1.2 Laskimen valinnasta	7
1.3 Tämän dokumentin merkintätavat	7
1.4 Laskimen käytöstä	8
1.5 Peruskäyttö	8
1.5.1 Rivieditointi	9
1.5.2 Miten saan edeltävän laskun vastauksen käyttööni?	9
1.5.3 Edeltävien laskutoimitusten haku	10
1.6 Muuttujat ja vakiot	10
1.6.1 Muistipaikat?	10
1.6.2 Muuttujien laskutoimituksista	11
1.6.3 Muuttujien tyhjennys muistista	11
1.6.4 Useampi syöte yhdellä rivillä	12
1.6.5 Laskimen vakiot	12
1.6.6 Omat vakiot	13
1.7 Vinkkejä ja linkkejä	14
1.7.1 Vinkkejä	14
1.7.2 Linkkejä	14
2 Algebra	15
2.1 Laskujärjestys	15
2.2 Murtoluvut	16
2.2.1 Sieventäminen	16
2.2.2 Suurin yhteinen tekijä	16
2.2.3 Pienin yhteinen jaettava	16
2.2.4 Jakojäännös	16
2.3 Potenssit ja juuret	17
2.3.1 Potenssit	17
2.3.2 Juuret	17
2.4 Yhtälöt	18
2.4.1 Yhtälön arvon laskeminen	18
2.4.2 Yhtälön ratkaisu	19
2.4.2.1 Yhden muuttujan yhtälöt	19
2.4.2.2 Kahden yhtälön leikkauspiste	21
2.4.2.3 Useamman muuttujan yhtälöt	21
2.5 Polynomit ja polynomi yhtälöt	22
2.5.1 Polynomi yhtälön arvon laskeminen	22
2.5.2 Polynomi yhtälön nollakohdan etsiminen	22
2.5.3 Polynomi yhtälön juurten ratkaisu	24
2.5.4 Binomin diskreetti	25
2.6 Lineaarinen yhtälöryhmä	26

2.7 Matriisialgebra	27
2.7.1 Matriisien syöttö laskimeen	27
2.7.2 Toimenpiteitä matriiseille	28
2.7.2.1 Kertolasku	28
2.7.2.2 Transponointi	28
2.7.2.3 Käänteismatriisi	28
2.7.2.4 Determinantti	28
2.7.2.5 Matriisin ominaisarvot	29
2.7.2.6 Matriisin yksittäisen komponentin ottaminen laskutoimituksiin	29
2.8 Kompleksiluvut	30
2.9 Epäyhtälöt	30
2.10 Lukujärjestelmät ja niiden muunnokset	31
2.10.1 Lukujärjestelmän valinta	31
2.10.1 Muunnokset	31
2.10.2.1 Luvun tyytin määrittäminen	32
2.10.2.2 Heksadesimaaliluvut	32
2.10.2.3 Lukujärjestelmämuunnokset	32
2.11 Boolean logiikka ja bittioperaatiot	33
2.11.1 Boolean logiikka	33
2.11.2 Bittioperaatiot	33
 3 Geometria	 35
3.1 Kulmayksiköt	35
3.1.1 Kulmayksikön valinta	35
3.1.2 Kulmayksikkömuunnokset	36
3.2 Trigonometriset funktiot	36
3.3 Yksikköympyrä	38
3.4 Sini- ja kosinilauseet	39
3.5 Vektorit	40
3.5.1 Vektori laskimessa	40
3.5.2 Laskutoimitukset vektoreilla	40
3.5.3 Vektorien piste- ja ristitulo, yksikkövektorit	41
3.6 Napakoordinaatit	42
 4 Funktiot	 44
4.1 Funktion graafiset kuvaajat	44
4.2 Funktion arvot taulukkona	46
4.3 Funktion käännepisteen etsintä	48
4.4 Inter-/ekstrapolointi	49
4.5 Funktion kaaren osan pituus	49
4.6 Funktion kuvaajan kahden pisteen välinen suora etäisyys	50
4.7 Parametrimuotoisen funktion piirtäminen	51
4.8 Ei-jatkuva funktio	53
4.9 Eksponenttifunktiot	53
4.10 Logaritmifunktiot	55

5 Derivaatta ja integraali	55
5.1 Numeerinen derivointi	55
5.2 Numeerinen derivointi piirretystä funktiosta	56
5.3 Parametrimuotoisen funktion derivointi	58
5.4 Numeerinen määrätty integrointi	58
5.5 Numeerinen määrätty integrointi graafisesta kuvaajasta	60
6 Käyttöesimerkkejä	62
6.1 Yhtälön käyttäminen Newtonin menetelmässä	62
6.2 Lineaarisen (suoran) yhtälön kaavan ratkaiseminen	64
6.3 Funktio ja sen kuvaaja havaintotiedoista	65
6.3.1 Tietojen syöttö laskimeen	65
6.3.2 Todennäköisen käyrän arviointi havaintopisteistä	65
6.3.3 Sopivan käyrämuodon haku funktiolle	66
6.4 Matriisin käyttö virtapiiriverkon ratkaisussa	68
7 Ohjelmointi ja ohjelmia	72
7.1 Ohjelma: Binomin diskreetin laskenta	72
7.1.1 Ohjelman käyttö	73
7.1.2 Ohjelman toiminta	73
7.1.3 Ohjelmakoodi	73
7.2 Ohjelma: Atomin elektroniverhon laskenta	74
7.2.1 Ohjelman käyttö	74
7.2.2 Ohjelman toiminta	74
7.2.3 Ohjelmakoodi	75
7.3 Ohjelma: Yksittäinen normeerattu todennäköisyys(kertymä)	76
7.3.1 Ohjelman käyttö	76
7.3.2 Ohjelman toiminta	76
7.3.3 Ohjelmakoodi	77
7.4 Ohjelma: Diskreetti Fourier -muunnos ja käänteismuunnos (DFT/IDFT)	78
7.4.1 Ohjelman käyttö	78
7.4.2 Ohjelman toiminta	78
7.4.3 Ohjelmakoodi	79
7.4.4 DSP-jatkokäsittely	80

1 Yleistä

Näille sivuille on kerätty ohjeita Texas Instrumentsin TI-86 -laskimen käytöstä. Vaikka dokumentti onkin alunperin tehty oman muistini vahvistamiseksi, toivottavasti siitä on hyötyä myös muille laitteen hankkineille. Sisältö on järjestetty aihealueittain, joten sillä on hieman korrelaatiota käymieni matematiikan kurssienkin kanssa. Esimerkit ovat joko omasta päästä keksittyjä tai oppituntien muistiinpanoista napattuja.

Seuraavassa on muutamia laskuesimerkkejä niiden nopeampaa löytämistä varten:

- Laske protonin ja neutronin välinen gravitaatiovoima: s. 12
- Kompleksilukuvakion osoittaminen pienelle j -kirjaimelle: s. 13
- Auton alkuperäisen nopeuden ratkaisu diskreetin avulla: s. 25
- Maskaus (binäärioperaatio): s. 33
- Radiaanit asteiksi: s. 36
- Suorakulmaisen kolmion kulmat ja kateetti: s. 37
- Sini-yhtälön kaikki ratkaisut väliltä 0° 360° : s. 38
- Vinokulmaisen kolmion sivun pituus: s. 39
- Vektoria kierretään, laske kärjen uudet koordinaatit: s. 43
- Funktion arvoja määrätyltä väliltä: s. 47
- Funktion kaaren pituus: s. 51
- Piirrä RC-piirin muutos kondensaattorin jännitteessä ajan suhteen: s. 53

1.1 Lue tämä turhan päänsäryn välttämiseksi

- TI:ta kannattaa ajatella erikoistuneena tietokoneena, jota enemmän tai vähemmän ohjelmoidaan.
- TI-86 ei sisällä toimintoja symboliseen laskentaan (esim. kaavojen sieventämiseen tai symboliseen ratkaisuun), eli niitä etsivien kannattaa harkita TI-89:n tai muun edistyneemmän laskimen käyttöönottoa. Toisaalta symbolinen laskenta on kuitenkin hallittava myös paperilla, joten siinä suhteessa TI-86 ei ole huono hankinta.
- Dokumentin viitteet ohjekirjan sivuille ovat vm. 2001 suomenkieliseen versioon.
- TI:n käyttöopas on käyttökelpoinen - sitä vain pitää jaksaa selata ja testata siellä mainittuja asioita. Matematiikka- ja vertailufunktiot löytyvät suomenkielisestä ohjekirjasta sivulta 54 lähtien.
- Kannattaa käydä laskimen kanssa vähintään ohjekirjan *Aloitussopas* ja *luku 1*. Käyttöä opetellessasi kannattaa muistaa, että alku on aina hankalampaa eikä kaikki suju, tai ole niin kuin ehkä olisi omasta mielestä käytännöllisempää. Pitkäjänteisyydellä ja kokeilumielellä laskimen käyttö kuitenkin avautuu.
- Tämäkään dokumentti ei ole oikotie onneen (ainakaan laskimen käytössä), eikä pyri olemaan täydellinen kuvaus laskimen ominaisuuksista tai opettamaan matematiikkaa tai muutaakaan oppiainetta. Käytetyt esimerkit eivät välttämättä kuvaa parasta mahdollista, nerokainta ja/tai taloudellisinta tapaa saavuttaa jokin tulos.

- Tämä dokumentti ei ole virallinen opas TI-86 -laskimen ominaisuuksiin eikä sillä ole mitään tekemistä Texas Instrumentsin tai sen yhteistyökumppanien kanssa.
- **Käytät tämän dokumentin ohjeita omalla vastuullasi. Tekijä ei ota mitään vastuuta dokumentissa mahdollisesti olevista virheistä tai niiden seuraamuksista.**

1.2 Laskimen valinnasta

Jos olet hankkimassa funktiolaskinta vain yksin, kiinnitä huomiota laskimen käyttöominaisuuksiin ja käyttöliittymään sekä kuinka se palvelee käyttötarvettasi. Laskimen merkillä ei ole niinkään merkitystä, koska kaikissa laskimissa on jotakuinkin kaikki tarvittavat ominaisuudet ja vielä vähän enemmänkin.

Jos olet hankkimassa funktiolaskinta luokan tai ryhmän mukana, kannattaa yleensä valita laskin jonka suurin osa muistakin valitsee. Näin pääset osalliseksi laskimen käytön opetteluun nettoefektistä, jonka ympärilläsi oleva käyttäjäryhmä luo. Tämä tilanne oli myös kyseessä allekirjoittaneen kohdalla: HP houkutti, mutta päädyin luokan mukana kuitenkin TI-86:n, joka on osoittautunut täysin käyttökelpoiseksi laskimeksi. Jos valitset muista poikkeavan merkin/mallin, olet laskimen käytön opettelussa oman viitseliäisyytesi varassa.

Eli kun ryhmä hankkii yhdessä laskimen, sen käyttöä kannattaa myös opetella ryhmässä sekä jakaa mahdollisesti kohdalle osuneet käyttöoivallukset muiden kanssa. Jos jotain asiaa ei laskimella osaa tehdä, kannattaa sitä aina kysyä muilta ryhmän jäseniltä. Joku on ehkä jo yrittänyt samaa ja mahdollisesti keksinyt oikean käyttötavan. Tai ainakin voitte joka tapauksessa tutkia asiaa yhdessä.

Eli tämä dokumentti ei siis ole TI:n mainosmateriaalia, vaan yksi tapa jakaa laskimesta saamiani käyttökokemuksia.

1.3 Tämän dokumentin merkintätavat

Tässä dokumentissa

- näppäimet kuvataan **tällaisella tekstillä**
- näytölle tulevat tekstit **tällaisella tekstillä**
- valikoiden ja niiden valinnat **tällaisella tekstillä**
- sekä syöttötiedot ovat **tällaisella tekstillä**.

|| Jollain tapaa tärkeitä asioita merkitään tällä tavalla. ||

Näppäinyhdistelmät on merkitty tavallisesti lyhemmassä muodossaan välilyönnillä erotettuna

(näppäin näppäin)

tai sitten kerrottu tarvittavat näppäinpainallukset sanallisoin välikkein

(näppäin ja näppäin).

Valikoista tehtävät valinnat on merkitty muotoon

näppäin näppäin: valikko (funktionäppäin) | mahdollinen alivalikko | valinta.

Jos valinnan haku vaatii **MORE** näppäimen käyttöä, se voi olla merkitty mukaan. Esimerkkejä löytyy alemmalla.

1.4 Laskimen käytöstä

TI-86 opas: *Luku 1: TI-86-laskimen valikkojen käyttö, sivu 33*

TI -laskimen käyttö perustuu paljolti sen valikoista poimittuihin toimintoihin ja komentosanoihin. Perustilasta (näytöllä vilkkuu kursori) valikoihin pääsee valitsemalla näppäimen **2nd** ja jonkin näppäimistä joiden yläpuolelle on keltaisella merkitty jokin sana, esim. **MATH** (kertomerkkinäppäin laskimen vasemmassa reunassa). Osa näistä näppäimistä tuottaa suoraan näytölle jonkin toiminnon, kuten esim. sinifunktio (**SIN**).

Valikot avautuvat näytön alareunaan ja kutakin valintaa vastaa jokin funktionäppäimistä (**F1...F5**, **M1...M5**). Jos valikon vasemmassa reunassa on vasemmalle osoittava kolmionuoli, se kertoo että **MORE** -näppäimen painalluksella saa näkyviin lisää valintoja; valinnat kiertävät ympäri kun **MORE** näppäintä painellaan useamman kerran. Valikoista pääsee pois joko tekemällä niistä jonkin valinnan tai valitsemalla näppäimen **EXIT**. Valikoita voi myös pitää avattuna näytöllä, jolloin niistä voi poimia valintoja kesken laskutoimituksen.

Kun valikoita on näytöllä kahdessa kerroksessa, ylempiin valikoihin pääsee suoraan käsiksi valitsemalla **2nd** ja vastaavan funktionäppäimen **M1...M5**.

Esim.

- yhden näytön valikko: **2nd VECTR**
- useamman näytön valikko: **2nd CONV**
- valikko jolla on alavalikko: **2nd MATH: MISC (F5)**

Laskimen näytön kontrasti hoidetaan **2nd** kursori ylös/alas -näppäimillä. Kursori ylöspäin lisää (tummentaa) ja alaspäin vähentää kontrastia (vaalentaa). Kukin muutos pitää tehdä yksittäisellä näppäilyllä, eli näppäintoistoa ei ole.

1.5 Peruskäyttö

TI-86 opas: *Aloituseropas, sivu 2...*

TI:tä voi pitkälti käyttää kuten neli- tai funktiolaskinta. Ensimmäinen ero tulee siitä että laskimessa on operaatioita, joita voidaan suorittaa sekä ennen että jälkeen syötetyn arvon. Toiseksi laskimen käyttö muistuttaa enemmän tietokoneen kuin perinteisen laskimen käyttöä - laskimen näytössä on kahdeksan 22:n merkin riviä. Kolmantena voi pitää sitä että laskinta pitää erikseen komentaa suorittamaan syötetty laskuoperaatio.

Tavalliset operaatiot, yhteen-, vähennys-, jako- ja kertolaskut toimivat kuten tavallisessa laskimessa. Ero on lähinnä visuaalinen: syötettäessä **5 + 6** näytölle tulee näkyviin: **5+6**. Laskin ei anna tulosta välittömästi, vaan syötetyn laskun toteuttaminen vaatii **ENTER** näppäimen painamista.

Monessa tapauksessa laskin osaa päätellä, koska halutaan käyttää kertolaskua vaikka kertomerkkiä ei laskuun sijoitettaisikaan. Esim.

- **5 (8/6)** on sama kuin **5 * (8/6)**
- **3π** on sama kuin **3 * π**

Laskimesta saaduista tuloksista pitää pitää mielessä että laskin ei merkitse etunollaa ja desimaalimerkkinä on piste. Eli suomalainen $0,5$ on laskimessa muodossa $.5$. Tämä voi hämätä jos vastaukseksi tulee esim. $.02$, mikä nopeasti paperille kopioituna voi muuttua huomaamatta muotoon $0,2$.

Myös syötettäessä lukua etunollan voi jättää pois (eli 0.4 voidaan syöttää $.4$). Pilkkua käytetään laskimessa erottamaan toimintojen sekä syöttötietojen parametrejä.

Laskimessa on kaksi eri miinusmerkkiä. Ensimmäinen (pidempi) löytyy laskimen oikeasta reunasta kerto- ja plus-merkin välistä ja sitä käytetään laskutoimituksissa. Toinen (lyhyempi) löytyy laskimen alalaidasta **ENTER** -näppäimen vasemmalta puolelta. Tätä käytetään lukujen edessä merkitsemään negatiivista arvoa.

Laskimen väärä toimintatila on usein syynä vääriin tuloksiin, erityisesti trigonometrisissä funktioissa. Tästä syystä kannattaa tutustua laskimen toimintatiloihin **2nd MODE** -näppäimen kautta. Kts. TI-86 opas: *Luku 1: Toimintatilojen tarkastelu ja muuttaminen* (s. 37), sekä tästä oppaasta 3.1.1 Kulmayksikön valinta (s. 35).

Silloin tällöin laskin antaa kokonaisluvun sijasta vastaukseksi kokonaislukua hyvin lähellä olevan desimaaliluvun, esim. 4.00000000000007 . Tämä pitää tilanteesta riippuen osata tulkita joko kokonaisluvuksi (4) tai desimaaliluvuksi (4.00000000000007).

Toinen vaihtoehto pienille luvuille on potenssimuoto, esim. $1E-13$. Taas tilanteen mukaan on päätettävä, onko kysessä nolla vai luku 1×10^{-13} . Tämä käyttäytyminen johtuu laskimen numeerisista ratkaisumalleista, jotka saattavat aina välillä tuottaa nolasta poikkeavan tuloksen.

1.5.1 Rivieditointi

Kirjoitettaessa laskutoimitusta rivillä voi liikkua edestakaisin nuoli vasemmalle ja oikealle -painikkeilla. Jos lasku on yhtä riviä pidempi, rivien välillä pääsee liikkumaan ylös ja alas -nuolilla. Kursori voi liikuttaa vain editoitavan rivin alueella.

Kursorin kohdalla olevan merkin saa poistettua **DEL** -painikkeella. Kursorin kohdasta eteenpäin pääsee lisäämään valitsemalla **2nd INS**.

Työrivi tyhjennetään **CLEAR** -näppäimen ensimmäisellä painalluksella, toinen painallus tyhjentää koko näytön. Jos kursori on jo rivin alussa, **CLEAR** -näppäin tyhjentää koko näytön ensipainalluksella.

1.5.2 Miten saan edeltävän laskun vastauksen käyttööni?

TI-86 opas: *Luku 1: Aiempien syötteiden ja viimeisimmän tuloksen käyttäminen uudelleen*, sivu 32

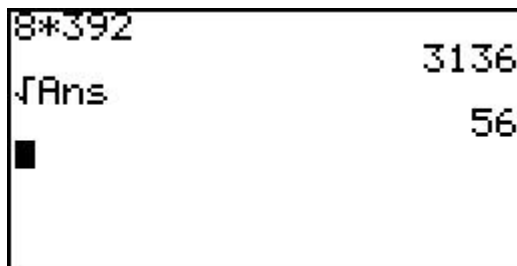
Tavalliset laskutoimitukset (+, -, kerto, jako, potenssi jne.) voidaan antaa näppäimistöä suoraan edeltävän laskun jälkeen. Tällöin näytölle tulee edellistä vastausta kuvaava merkkijono **Ans** (sanasta *Answer*) ja annettu laskutoimitusmerkki.

Näin ei kuitenkaan käy jos yritetään käyttää esim. trigonometrisiä funktioita tai neliöjuurta. Tällöin pitää ensin antaa itse operaatio, esim. **sin** ja sitten sen parametri **2nd** ja **ANS** (**(-)** -näppäin laskimen alalaidassa). Tämä tuottaa näytölle merkkijonon:

sin Ans

ENTER -näppäimen painallus suorittaa laskun. Tarvittaessa merkkijonon **Ans** voi myös kirjoittaa näppäimistöltä. Jos lasku on monimutkaisempi ja edeltävää vastausta tarvitaan useammassa paikassa, voi **2nd** ja **ANS** -yhdistelmää käyttää tarvittaviin kohtiin.

Esim. 8×392 sekä **ENTER** tuottaa vastaukseksi 3136. Tämän jälkeen syötetään **2nd** $\sqrt{}$ (löytyy näppäimestä x^2), sitten **2nd ANS** ja lopuksi **ENTER**. Vastaukseksi saadaan 56.



Kuva: Edeltävän laskun tuloksen käyttö.

1.5.3 Edeltävien laskutoimitusten haku

TI-86 opas: *Luku 1: Aiempien syötteiden ja viimeisimmän tuloksen käyttäminen uudelleen*, sivu 31

Juuri lasketun laskutoimituksen saa muokattavaksi painamalla **2nd** ja **ENTRY**. Tätä edeltäviä laskutoimituksia saa vastaavasti käsiteltäväksi antamalla uudelleen **2nd ENTRY** kunnes haluttu toimitus tulee kursoriin.

1.6 Muuttujat ja vakiot

1.6.1 Muistipaikat?

TI-86 opas: *Luku 1: Tietojen tallentaminen muuttujiin*, sivu 44

Jos vanhassa laskimessasi oli esim. kaksi muistipaikkaa M1 ja M2, voit ajatella että niitä on nyt useampia ja niiden nimet voi valita sangen vapaasti. Muistipaikkojen sijasta puhutaan muuttujista. Yksittäinen luku tai laskutoimituksen tulos tallennetaan muistiin **STO->** -painikkeella.

Esim. syötetään luku 5 ja painetaan **STO->**. Näytön kursoriin tulee vilkkuva A-kirjain muuttujan nimen syöttämisen merkiksi. Nyt käytettävissä ovat kaikki laskimen näppäimistössä sinisellä näkyvät kirjainmerkit; valitaan esim. **L** (numeronäppäin **7**) ja painetaan **ENTER**. Luku tallentui muistiin **L** -nimiseksi muuttujaksi. Nyt tuota muuttujaa (lukua) voi käyttää laskutoimituksissa, esim. **5 + ALPHA L** ja **ENTER** tuottaa vastaukseksi 10.



Kuva: Muuttujan käyttöesimerkki.

Muuttuja nimi voi olla myös pitempi, esim. *LUKU*, mutta näiden käyttö näppäimistöltä on hankalampaa. Edeltävän vastauksen voi tallentaa muuttujaan: kun laskutoimitus on tehty, valitaan **STO->** ja syötetään muuttujan nimi. Laskimen näppäimistä löytyy suoraan myös yksi muuttuja ilman **ALPHA** -näppäimen käyttöä: sen vieressä oleva **x-VAR** joka tuottaa pienen x-kirjaimen. Tätä muuttujaa käytetään esim. graafisten kuvaajien piirroksissa.

|| Muista että esim. kirjaimet *g* ja *u* (pieni *g* ja *u*) on varattu vakioille, eli niitä ei voi ||
|| käyttää muuttujanimenä. Sama koskee myös muiden vakioiden nimiä. ||

Muuttujan sisältöä tai yhtälön kaavaa pääsee muokkaamaan antamalla **2nd** ja **RCL** (löytyy **STO->** -näppäimestä) sekä sitten halutun muuttujan tai yhtälön nimen, esim. **L**. Jos tämä halutaan tallentaa muokattuna samalle nimelle, pitää se tehdä jälleen käyttäen **STO->** -näppäintä tai muokata rivi si-
joitusmuotoon.

Laskimeen syötettyihin funktioihin (ja valmiisiin funktioihin) sekä muuttujiin pääsee käsiksi näppäilemällä **2nd** ja **CATLG-VARS**:

- **CATLG (F1)** tuo esille funktioluettelon.
- **ALL (F2)** tuo esille kaikki muuttujat, ohjelmat, jne.
- Muut kohdat tuovat näkyviin vain tietyn lajin muuttujat, esim. **REAL (F3)** tuo näkyviin vain reaalityyppisten sisältämät muuttujat.

Listassa pääsee liikkumaan edestakaisin kursori ylös ja alas näppäimillä. Halutun muuttujan tai funktion saa valittua editointitilaan **ENTER** -näppäimen painalluksella.

1.6.2 Muuttujien laskutoimituksista

Muuttujilla voidaan suorittaa laskutoimituksia kuten numeroillakin ja niitä voidaan käyttää laskutoimitusten osana. Kannattaa muistaa että jos muuttujan kertoo jollain luvulla, tulos ei tallennu laskun kohteena olleeseen muuttujaan automaattisesti. Tuloksen tallennus pitää komentaa aina erikseen, esim. **A*2 STO-> A**.

Eli tehdyn laskutoimituksen tulos tallennetaan takaisin laskutoimituksessa käytettyyn muuttujaan. Tämän pitäisi olla tuttu menettely vähänkään ohjelmointia harrastaneelle, komentojärjestys vain on laskimessa käänteinen ($A=A*2$).

1.6.3 Muuttujien tyhjennys muistista

TI-86 opas: *Luku 17: Muistinhallinta, sivu 265*

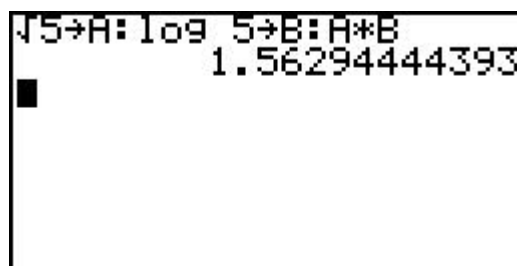
Muistiin tallennetut muuttujat saadaan poistettua valitsemalla **2nd** ja **MEM**. Valitaan **DELET (F2)** ja sen jälkeen **ALL (F1)**. Laskin näyttää nyt listan kaikista muistiin tallennetuista kohteista.

Listassa pääsee liikkumaan ylös ja alas nuolinäppäimillä. **ENTER**in painallus hävittää nuolen kohdalla olevan muuttujan (tämä voi olla myös matriisi, ohjelma tai muu kohde). Laitteessa on pysyvästi kolme joukkomuuttujaa, joita ei saa poistettua (*fStat*, *xStat*, *yStat*). Kun halutut muuttujat on poistettu, valitaan **EXIT** -painike.

	Kun samoja muuttujanimiä käytetään uudelleen, muuttujia ei tarvitse kovin usein	
	poistaa koska laskin korvaa entisen arvon uudella. Tässä tosin kannattaa olla tarkkana ettei ota käyttöön epähuomiossa jonkin aikaisemman laskun tulosta (eli laskussa	
	käytetyn muuttujan alkuarvo jää asettamatta oikein).	

1.6.4 Useampi syöte yhdellä rivillä

TI:lle voi syöttää samalla rivillä useampia toimenpiteitä. Toimenpiteet erotellaan kaksoispisteellä, joka saadaan näppäimistöltä **2nd** ja **:** (pistenäppäin laskimen alalaidassa).

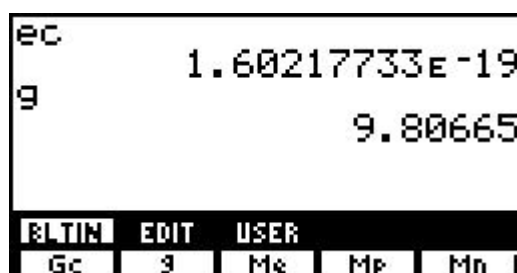


Kuva: Useampi laskutoimitus samalla syötteellä.

1.6.5 Laskimen vakiot

TI-86 opas: *Luku 4: Vakiot, muunnokset, lukujärjestelmät, kompleksiluvut, sivu 64*

Laskimesta löytyy joukko valmiiksi määriteltyjä vakioita, kuten valon nopeus, elektronin varaus ja massa, jne. Näihin pääsee käsiksi valitsemalla näppäimistöltä **2nd CONS: BLTIN (F1)**. **MORE** -näppäimellä pääsee selaamaan vakioita.



Kuva: Kaksi laskimen kiinteää vakioita.

Esim. kirjaimet g ja u (pieni g ja u) on varattu vakioille, eli niitä ei voi käyttää muut-
tujaniminä. Sama koskee myös muiden vakioiden nimiä.

Esim. Laske protonin ja neutronin välinen gravitaatiovoima, kun ne ovat etäisyydellä $r=2,34 \times 10^{-15}$ m toisistaan.

Gravitaatiovoima saadaan kaavalla
$$F = f \frac{m_p m_n}{r^2}$$

missä f on gravitaatiovakio, m_p protonin massa, m_n neutronin massa ja r näiden välinen etäisyys.

Lasku saadaan laskettua laskimessa seuraavasti

1. Gravitaatiovakio: **2nd CONS: BLTIN (F1) | MORE | Gc**
2. Määritetään laskujärjestystä: ((avaava sulku)
3. Protonin massa: **Mp (F4)**
(kertomerkkiä ei tässä välissä välttämättä tarvita, kts. 1.5 Peruskäyttö)
4. Neutronin massa: **Mn (F5)**
5. Määritetään laskujärjestystä:) / (sulkeva sulku ja jakomerkki)

6. Etäisyys: **2.34 EE (-) 15 x²**

7. **ENTER**

Vastaukseksi saadaan: 3.4139...E-35 mikä siis on **3,414*10⁻³⁵N** (Newtonia).



Kuva: Esimerkki laskimessa.

1.6.6 Omat vakiot

TI-86 opas: *Luku 4: Vakiot, muunnokset, lukujärjestelmät, kompleksiluvut, sivu 66*

Laskimeen voi myös määritellä omia vakioita valmiiden lisäksi. Vakioita käsitellään valikon **2nd** ja **CONS** kautta. Tehtyihin vakioihin voi luomisen jälkeen joko viitata suoraan sen nimellä tai käydä hakemassa se valikon kautta (mikä on nopeampaa etenkin jos nimi on vähänkään pidempi).

- **BLTIN (F1)** sisältää valmistajan laskimeen määrittelemät vakiot, esim. gravitaatiovakion g .
- **EDIT (F2)** kautta pääsee muokkaamaan omia vakioita.
- **USER (F3)** kautta pääsee hakemaan tekemiään vakioita valikon kautta.

Esim. kompleksilukuvakion $\sqrt{-1}$ osoittaminen pienelle j -kirjaimelle:

1. Valitaan **2nd CONS: EDIT (F2)**.
2. Laskin kysyy vakiolle nimeä. Kun kyseessä on pieni kirjain, annetaan ensin **2nd** ja **alpha**, mikä siirtää kursorin pienten kirjainten syöttöön.
3. Syötetään kirjain j ja painetaan **ENTER**.
4. Laskin siirtyy kysymään vakion arvoa. Annetaan sille joko $\sqrt{-1}$ tai sen vastine **(0,1)** ja painetaan **ENTER**. Edellinen syöttövaihtoehto muuttuu automaattisesti jälkimmäiseksi kompleksilukuesitykseksi.
5. Poistutaan **EXIT** -näppäimellä laskutilaan.
6. Vakioita j voidaan tämän jälkeen käyttää seuraavasti: **2nd alpha** ja **J**, mikä tuo näytölle pienen j -kirjaimen. Tälle voidaan edelleen suorittaa laskutoimituksia, esim. $j * 2$.



Kuva: Vakion j syöttö editorin kautta.

|| Tämän *j* -vakion käyttö ei ole ongelmaton kaikissa tilanteissa, joten kannattaa opetella myös käyttämään laskimen kompleksilukujen sulkeisesitystapaa. ||

1.7 Vinkkejä ja linkkejä

1.7.1 Vinkkejä

- Jos tuntuu että laskimen paristot ovat tyhjentyneet nopeasti, kannattaa tarkistaa kunkin pariston varaus erikseen. Voi hyvinkin olla että vain yksi paristoista on täysin tyhjentynyt ja muut ovat kohtuullisessa varauksessa. Uupuneen pariston korvaaminen uudella jatkaa muiden käyttöikää.
- Jos et käytä laskinta pitkään aikaan (esim. kesäloma), kannattaa paristot ottaa kokonaan pois. Muista tallentaa mahdollisesti laskimeen tekemäsi ohjelmat tietokoneelle tai paperille.
- Kun otat laskinta käyttöön paristo(je)n tyhjentymisen jälkeen tai mietit miksi **ON** -näppäin ei tuo näkyviin vilkkuvaa kursoria, kannattaa olla varovainen kontrastisäädön kanssa (**2nd** kursori ylös/alas). Säätö lipsahtaa helposti toiseen äärilaitaan ja sen jälkeen normaalikont-rastin löytyminen voi viedä aikaa. Kannattaa muistaa, että näppäintoistoa ei ole eli säädöt pitää tehdä näppäilyittäin.
- TI sinnittelee aika pitkään paristojen varassa ennen kuin se luovuttaa ja kieltäytyy käynnistymästä **ON** -näppäimellä. Tätä ennen näytön kontrasti heikkenee asteittain ja sitä tulee korjattua vahvemaksi. Kun uudet paristot laitetaan laskimeen, sillä on taas virtaa mutta kontrasti on toisessa äärilaidassa ja näyttö kokomustana. Tällöin pitää käyttää **2nd** ja nuoli alas-päin -näppäimiä, jotta kontrastin saa palautettua oikealle tasolle.
- Normaaliparistojen lisäksi laskimessa on nk. muistivarmenneparisto joka tyhjenee aikanaan. Kun laskin ei enää pidä asetuksiaan eikä muista edeltävän käyttökerran laskuja ja kaavoja, pitää tämä paristo vaihtaa. Paristo löytyy ruuvilla varustetun kannen alta normaali-paristojen yläpuolelta.

1.7.2 Linkkejä

- Texas Instruments: <http://education.ti.com/>
- Texas Instruments Suomi: <http://www.ti.com/calc/suomi/suomi.htm>
- TI-86 -FAQ: <http://education.ti.com/support>
- TI-laskinten käyttäjäyhteisö ticalc.org: <http://www.ticalc.org/>

Google-hakusanoja: TI-86
TI-86 calculator
Texas Instruments TI-86
TI-86 ohjelma

2 Algebra

2.1 Laskujärjestys

TI-86 opas: *Liite A: Equation Operating System, sivu 449*

TI-86 opas: *Luku 3: Vertailujen käyttäminen lausekkeissa ja komennoissa, sivu 62*

TI noudattaa tavallista laskujärjestystä, jossa potenssi kuitenkin saa suuremman painoarvon kuin kerto- tai jakolasku. Sulkeita kannattaa käyttää ja niiden kanssa pitää olla tarkkana: $5/2+3$ ei ole sama kuin $5/(2+3)$.

Edeltävässä vaihtoehdossa laskin toteuttaa laskujärjestyksen mukaisesti ensin $5/2$ ja lisää siihen sitten arvon 3. Sama pätee esim. neliöjuurimerkkiin ja sinifunktioihin. Kokeile seuraavan taulukon esimerkkejä (*sin* -esimerkit on laskettu radiaanitulossa):

<i>laskutoimitus</i>	<i>tulos</i>	<i>mitä tapahtuu</i>
sin 5/2+3	2.5205	<i>sin</i> 5 jaetaan arvolla 2 ja lisätään siihen 3
sin (5/2)+3	3.5984	suluissa oleva jakolasku suoritetaan ensin, minkä jälkeen siitä otetaan siniarvo ja lisätään siihen 3
sin (5/2+3)	-.7055	5 jaetaan arvolla 2 ja lisätään siihen 3, mistä otetaan sini
sin (5/(2+3))	.84147	lasketaan 2 ja 3 yhteen, jaetaan 5 saadulla tuloksella ja otetaan tästä tuloksesta sini
$\sqrt{5+6}$	8.2360	lasketaan neliöjuuri 5:stä ja lisätään se 6:n
$\sqrt{(5+6)}$	3.3166	otetaan neliöjuuri 5:n ja 6:n summasta
2+5/6+7	9.8333	5 jaetaan 6:lla ja lisätään siihen 2 ja 7
5*6/8*9	33.75	5 kerrotaan 6:lla, tulos jaetaan 8:lla ja lopputulos kerrotaan 9:llä
(5*6)/(8*9)	.416667	suluissa olevat laskut suoritetaan ensin ja tulokset jaetaan keskenään
5+6/8*9	11.75	6 jaetaan 8:lla, tulos kerrotaan 9:llä ja siihen lisätään 5
5*6/8+9	12.75	5 kerrotaan 6:lla, tulos jaetaan 8:lla ja siihen lisätään 9
256/8*8	256	256 jaetaan 8:lla ja tulos kerrotaan 8:lla
256/8²	4	8 korotetaan toiseen potenssiin ja 256 jaetaan tuloksella
256/8^2	4	8 korotetaan toiseen potenssiin ja 256 jaetaan tuloksella
100/8E2	.125	laskee ensin $8*10^2$ ja 100 jaetaan tuloksella

Pidempien laskutoimitusten kanssa kannattaa käyttää paljon sisäkkäisiä sulkeita.

Monessa kohtaa laskin toteuttaa annetut laskutoimitukset, vaikka niiden viimeistä sulkua ei olisikaan syötetty. Esim. $5/(2+3)$ tuottaa saman vastauksen kuin $5/(2+3)$. Kuitenkin keskellä isompaa laskutoimitusta vastaavien sulkeiden poisjättäminen tai poisjääminen tuottaa vääriä vastauksia.

2.2 Murtoluvut

TI-86:ssa ei varsinaisesti ole murtolukuja, mutta jakolaskuja voi käyttää esittämään niitä.

2.2.1 Sieventäminen

Laskimen saa hakemaan murtoluvulle sievennyksen suoraan syöttämällä ensin murtoluku, esim. **2160/2064**, ja valitsemalla sitten **2nd MATH: MISC | MORE | >Frac (F1)** sekä painamalla **ENTER**. Sama onnistuu myös desimaaliluvulle (korvaa jakolasku desimaaliluvulla). Jos toiminnon vastauksena on desimaaliluku, laskin ei löytänyt sopivaa murtolukua (kokeile esim. **0.39522**).

Toiminto on käytettävissä myös laskutoimitusten tulosten muuttamiseksi murtoluvuksi, esim. **2/7+8/9** ja **2nd MATH: MISC | MORE | >Frac (F1)** ja **ENTER** tuottaa vastaukseksi **74/63**.



Kuva: Murtolaskun tuloksen suora sieventäminen.

2.2.2 Suurin yhteinen tekijä

Valitaan laskimesta: **2nd MATH: MISC (F5) | gcd (F5)**. Syötetään tutkittavat luvut pilkulla erotettuna ja päätetään sulkeet.

Esim. **2160/2064**. Syötetään luvut funktioon pilkulla erotettuna ja päätetään sulkeet. Ts. **gcd (2160, 2064)** ja **ENTER**. Laskin ilmoittaa tulokseksi 48. Tällä luvulla lause kaunistuu muotoon **45/43**.

2.2.3 Pienin yhteinen jaettava

Kahden luvun pienin yhteinen jaettava löytyy valikosta: **2nd MATH: MISC (F5) | lcm (F4)**. Syötetään tutkittavat luvut pilkulla erotettuna ja suljetaan funktion sulkeet sekä painetaan **ENTER**.

Esim. **2160/2064**: **lcm (2160, 2064)** ja **ENTER** tuottaa vastaukseksi 92880.

2.2.4 Jakojäännös

Jakojäännös löytyy valikosta: **2nd MATH: NUM (F1) | MORE | mod (F4)**. Syötetään jaettava ja jakaja pilkulla erotettuna, suljetaan funktion sulkeet sekä painetaan **ENTER**.

Esim. **2160/2064**: **mod (2160, 2064)** ja **ENTER** tuottaa vastaukseksi 96.

2.3 Potenssit ja juuret

2.3.1 Potenssit

- Potenssi löytyy useimmista laskimista näppäimeen merkittynä x^y tai vastaavasti. TI:ssa merkinä on \wedge laskimen oikeassa reunassa **CLEAR** -näppäimen alla.
- Toinen potenssi löytyy omasta näppäimestään pilkun yläpuolelta: x^2 .
- Kymmenpotenssiesitys ($n \times 10^x$) on näppäin **EE**, eli 4×10^5 on näppäilyinä **4 EE 5** ja näytöllä 4E5. Vastaava negatiivinen potenssi olisi 4E-5.
- Toinen kymmenpotenssiesitys löytyy **2nd LOG** -näppäimestä: 10^x . Näytölle tämä tulee muodossa **10^** ja potenssi kirjoitetaan tämän jälkeen.
- Käänteisluku eli -1:n potenssi löytyy **EE** -näppäimestä: **2nd x^{-1}** .
- Neperin luvun (e) potenssi löytyy **LN** -näppäimestä: **2nd e^x** .
- Jos potenssi sisältää kaavan, kaava pitää sisällyttää sulkeitten sisään, esim. **$e^x(x-1)$** .

Potenssin vaikutusalue pitää huomioida sulkeilla:

$2^{-2^{-1}}$ ei ole sama kuin **$(2^{-2})^{-1}$** , tai **-1^2** ei ole sama kuin **$(-1)^2$** .

Esim. $(y^2)^{-1}$ muodostuu laskimessa seuraavasti: **(2nd alpha Y^2) 2nd x^{-1}** mikä tulee näytölle näkyviin muodossa: $(y^2)^{-1}$.

2.3.2 Juuret

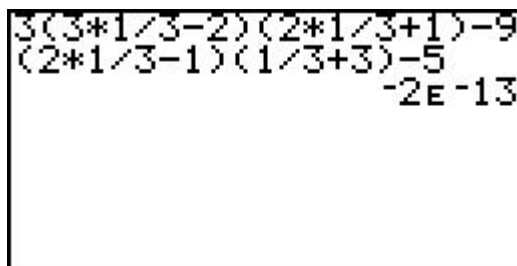
- Tavallinen neliöjuuri löytyy **x^2** -näppäimestä: **2nd $\sqrt{}$** .
- Haluttu juuri löytyy antamalla ensin juuren arvo, sitten **2nd MATH: MISC (F5) | MORE | $\sqrt[n]{}$ (F4)** sekä tämän jälkeen luku tai kaava josta juuri otetaan. Esim. **3 $\sqrt[3]{}$ 27** ja **ENTER** tuottaa vastaukseksi 3.

2.4 Yhtälöt

2.4.1 Yhtälön arvon laskeminen

Jos tiedetään koko yhtälö kaikkine osineen, voidaan se syöttää laskimelle laskettavaksi; tarvitaan vain tarkkuutta laskun syöttämisessä.

Esim. $3(3x-2)(2x+1)-9(2x-1)(x+3)-5$ kun $x=1/3$: lasku syötetään laskimeen korvaten x kertomerkillä ja $1/3$:lla. **ENTERin** painallus tuo näytölle vastauksen.



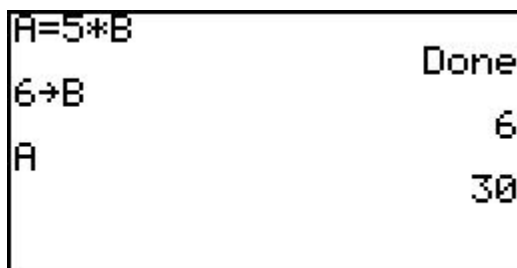
$$3(3*1/3-2)(2*1/3+1)-9(2*1/3-1)(1/3+3)-5$$

$$-2E-13$$

Kuva: Yhtälön laskettaminen laskimella.

Ylläolevan esimerkin vastauksesta kannattaa ottaa huomioon, että laskin voi pyöristysvirheiden vuoksi antaa nollasta poikkeavan tuloksen vaikka tarkka tulos olisikin nolla. Tämän voi varmistaa tämän esimerkin kohdalla ratkaisemalla sen laskimen ratkaisimella (kts. 2.4.2 Yhtälön ratkaisu, s. 19).

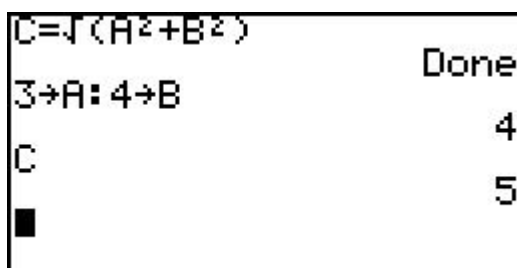
TI:ssä on mahdollista syöttää muuttujanimelle yhtälö, jossa käytetään muita muuttujia. Seuraavassa kuvassa A -muuttujaan syötetään yhtälö $5*B$, minkä jälkeen sijoitetaan B :hen arvo 6. Kun A :n arvo kutsutaan esiin, laskin suorittaa A - muuttujaan tallennetun yhtälön (vastaus 30).



A=5*B	Done
6→B	
A	6
	30

Kuva: Yhden muuttujan käyttö vakioyhtälössä.

Seuraavassa kuvassa on käytetty vastaavasti kahta muuttujaa yhtälön osana. Toiminto on kätevä mikäli samaa kaavaa on käytettävä monta kertaa peräkkäin. Yhtäsuuruusmerkki (=) löytyy **ALPHA** -näppäimen kautta **STO→** näppäimeltä. Tämä tulee myös myöhemmin vastaan esim. kun tilaston pohjalta on ensin saatu laskettua yhtälö, jonka kuvaaja sitten halutaan ottaa käyttöön piirto-tilassa.



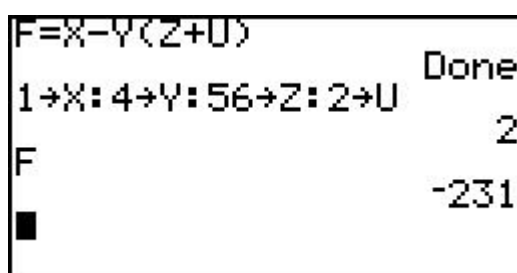
C=√(A²+B²)	Done
3→A: 4→B	
C	4
■	5

Kuva: Kahden muuttujan käyttö vakioyhtälössä.

Syötetyn yhtälön saa esille muuttujasta antamalla **2nd** ja **RCL** sekä sitten halutun muuttujan nimen. Esim. toisen kuvan tapauksessa **C** ja painetaan **ENTER**. Tämän jälkeen yhtälöä voidaan muokata ja tarvittaessa tallentaa se uudelleen. **RCL** löytyy **STO->** -näppäimestä.

Esim. Halutaan laskea lauseke $X-Y(Z+U)$ useilla eri arvoilla: $X=\{1,2,3\}$, $Y=\{4,8,2\}$, $Z=\{56,23,56\}$ ja $U=\{2,5,0\}$

1. Sijoitetaan lause laskimeen esim. F -nimelle: **F=X-Y (Z+U)** ja **ENTER**.
2. Sijoitetaan ensimmäiset muuttuja-arvot: ($X=1$, $Y=4$, $Z=56$, $U=2$)
1 STO-> X ALPHA 2nd : 4 STO-> Y ALPHA 2nd : 56 STO-> Z ALPHA 2nd : 2 STO-> U ja **ENTER** (lauseessa on useampi syöte yhdellä rivillä, kts. 1.6.4 Useampi syöte yhdellä rivillä, s. 12). Laskin ilmoittaa tulokseksi 2, mutta siitä ei nyt tarvitse välittää.
3. Komennetaan laskin laskemaan lasku: **F** ja **ENTER**. Tulokseksi saadaan -231.



Kuva: Esimerkin ensimmäinen vaihe.

4. Haetaan edeltävä sijoituslause valitsemalla kaksi kertaa **2nd ENTRY**.
 Korvataan nyt edeltävät arvot uusilla (**2->X : 8->Y : 23->Z : 5->U**) ja valitaan **ENTER**. Rivillä pääsee alkuun päin nuoli vasemmalle -näppäimellä.
5. Komennetaan laskin laskemaan lasku: **F** ja **ENTER**. Tulokseksi saadaan -222.
6. Haetaan edeltävä sijoituslause valitsemalla kaksi kertaa **2nd ENTRY**.
 Korvataan nyt edeltävät arvot uusilla (**3->X : 2->Y : 56->Z : 0->U**) ja valitaan **ENTER**.
7. Komennetaan laskin laskemaan lasku: **F** ja **ENTER**. Tulokseksi saadaan -109.

2.4.2 Yhtälön ratkaisu

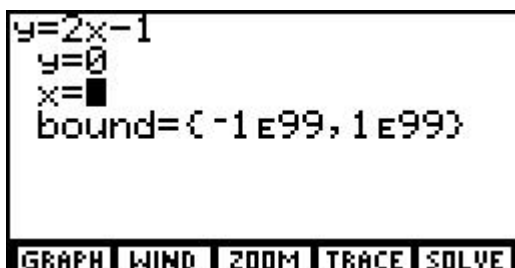
TI-86 opas: *Luku 15: Yhtälöiden ratkaiseminen, sivu 234*

2.4.2.1 Yhden muuttujan yhtälöt

Oletetaan että meillä on lauseke $y = 2x - 1$. Tällaisen yhtälön nollakohta ratkeaa ratkaisimella, jonka saa esille valitsemalla **2nd** ja **SOLVER**:

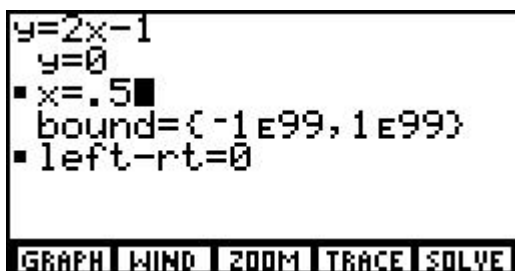
1. Ensin laskin kysyy lauseketta (eqn=). Annetaan tähän: **y=2x-1**.
 Syötettäessä kannattaa muistaa että jos jokin lausekkeessa käytettävä muuttuja (esim. nyt y ja x) on jo olemassa ja sisältää jonkin arvon, ratkaisin ottaa tämän arvon käyttöönsä. Pieni x löytyy kätevästi **ALPHA** -näppäimen vierestä **x-VAR** -näppäimellä. Tarvittaessa syöttökentän saa tyhjäksi **CLEAR** -näppäimellä.

2. **ENTER**in painallus tuo näkyviin editorin, jossa voidaan antaa arvoja tunnetuille muuttujille. Tuntemattoman muuttujan kohta jätetään tyhjäksi tai täytetään viimeisenä (jos on olemassa sille arvaus). Tässä tapauksessa annetaan y :n arvoksi nolla ja jos x :n kohdalla on jokin luku, pyyhitään se **CLEAR** -näppäimellä pois (eli näytölle jää vain $x=$).



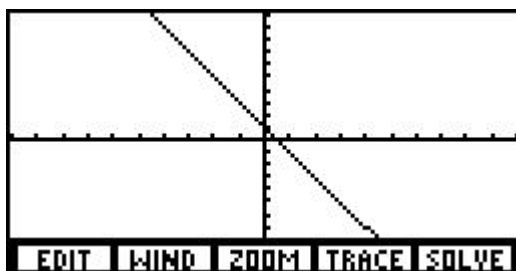
Kuva: Ratkaisimen alkuarvot.

3. Jätetään kursori x :n riville (tämä osoittaa laskimelle mitä muuttujaa yritetään ratkaista) ja valitaan **SOLVE (F5)**.
4. Nyt valitulle lausekkeella x :n arvoksi tulee nollakohdassa .5. Eli tällä x :n arvolla y saa lähimmän mahdollisen nollaa lähellä olevan arvon.



Kuva: Saatu vastaus.

- $x=$ -rivin alapuolella oleva bound -rivi sisältää lukualueen, jolta ratkaisua etsitään. Täyttämällä bound -riville oma minimi ja maksimi voidaan rajoittaa ratkaisun etsiminen halutulle alueelle ja siten esim. nopeuttaa toimintoa.
 - bound -rivin alle tulee ratkaisun jälkeen uusi rivi left-rt, joka saa esimerkissä arvon 0. Tämä ilmoittaa, että lauseke ratkeaa täsmälleen saadulla arvolla. Jos kohdassa on jokin nollasta poikkeava arvo, saatu arvo jää poikkeamaan sen verran tavoitellusta arvosta.
 - left-rt -rivin ja x -rivin vasemmalle puolelle tulee näkyviin neliöt. Tämä osoittaa ratkaistun muuttujan ja kuinka lähelle tavoiteltua arvoa päästiin.
5. Ratkaisun saa myös graafisena kuvaajana valitsemalla valikosta kohdan **GRAPH (F1)**. Tällöin laskin piirtää annetun yhtälön kuvaajan. Jos kuvaaja ei osu näytölle, sitä näyttöä voi skaalata uudelleen valitsemalla **ZOOM (F3) | ZSTD (F5)**. Ellei tämäkään auta, voi skaalauksen määritellä uudelleen valinnan **WIND** kautta. **TRACE (F4)** -toiminnon kautta voi käsin seurata kursorinäppäimillä käyrän lukuarvoja. Huomaa, että jos palaat graafisesta tilasta editoriin valitsemalla **EDIT (F1)**, käytetyn muuttujan arvo (tässä x) on muuttunut.



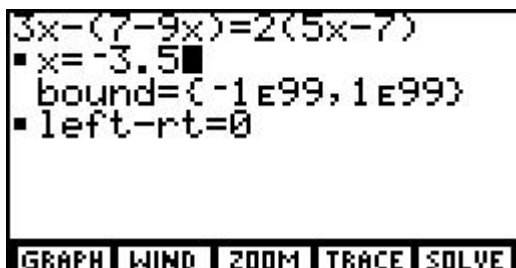
Kuva: Kuvaaja graafisena.

- Ratkaisuksi saatu x :n arvo on käytettävissä x -muuttujassa editorista poistumisen jälkeen.

2.4.2.2 Kahden yhtälön leikkauspiste

Ratkaisimen avulla voi etsiä kahdelle eri yhtälölle leikkauspistettä (samaa arvoa) kun yhtälöt riippuvat samasta muuttujasta:

1. Valitaan **2nd** ja **SOLVER**.
2. Syötetään eqn= -kohtaan kaksi yhtälöä yhtäsuuruusmerkillä erotettuna.
Esim. yhtälöpari $3x - (7 - 9x) = 2(5x - 7)$.
3. **ENTER**in painallus tuo näkyviin editorin. Jos x :n kohdalla on jokin luku, pyyhitään se **CLEAR** -näppäimellä pois (eli näytölle jää vain $x=$).
4. Jätetään kursori x :n riville (tämä osoittaa laskimelle mitä muuttujaa yritetään ratkaista) ja valitaan **SOLVE (F5)**.
5. Vastaukseksi tulee $x = -3.5$.



Kuva: Kahden yhtälön leikkauspiste.

Kun toiminnosta on poistuttu **EXIT** -näppäimellä, saatu tulos voidaan muuntaa murtoluvuksi: **x 2nd MISC: MORE | >Frac (F1)**. Tulokseksi tulee $-7/2$.

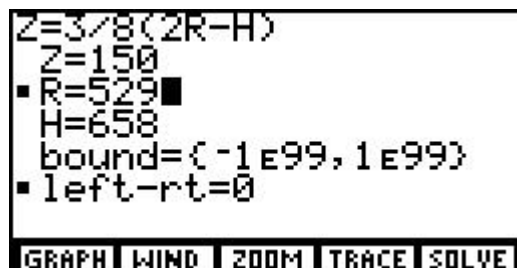
Muita huomioita editorista löytyy kappaleesta 2.4.2.1 *Yhden muuttujan yhtälöt* (s. 19).

2.4.2.3 Useamman muuttujan yhtälöt

Ratkaistava yhtälö voi sisältää myös useampia muuttujia mutta niistä vain yksi saa olla tuntematon.

Esim. ratkaise R kaavasta $Z = 3/8(2R - H)$ kun tiedetään, että $Z = 150$ ja $H = 658$.

1. Valitaan **2nd** ja **SOLVER**. Syötetään kaavaksi yllä oleva $Z = 3/8(2R - H)$.
2. Editoriin tulee näkyviin kaikki yhtälössä olevat muuttujat. Täytetään Z :n ja H :n arvot. Pyyhitään tarvittaessa R :n kohta tyhjäksi.
3. Viedään kursori R :n kohdalle ja valitaan **SOLVE (F5)**. Vastaukseksi saadaan $R = 529$.



Kuva: Useamman muuttujan yhtälön ratkaisu.

Muita huomioita editorista löytyy kappaleesta 2.4.2.1 *Yhden muuttujan yhtälöt* (s. 19).

2.5 Polynomit ja polynomiyhtälöt

2.5.1 Polynomiyhtälön arvon laskeminen

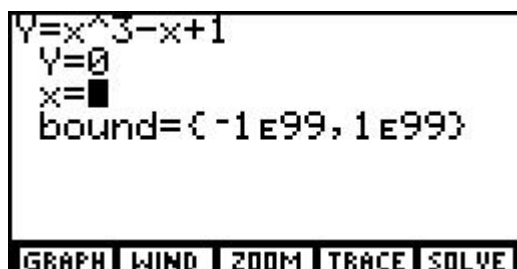
Polynomiyhtälön arvon laskeminen ei poikkea tavallisen yhtälön arvon laskemisesta (kts 2.4 *Yhtälöt*, s. 18) muutoin kuin että siinä käytetään potensseja.

2.5.2 Polynomiyhtälön nollakohdan etsiminen

TI-86 opas: *Luku 15: Yhtälöiden ratkaiseminen*, sivu 234

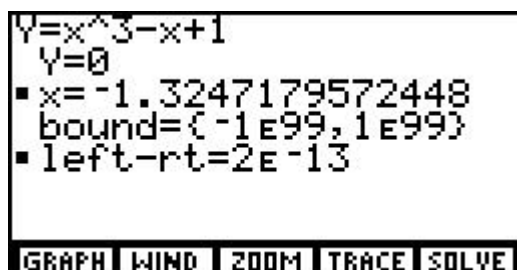
Oletetaan että meillä on lauseke $y=x^3-x+1$. Tällaisiin yhtälöihin voidaan käyttää joko Newton-Rhapsonin menetelmää käsipelinä (mikä on hidasta) tai laskimen lausekkeen ratkaisinta, jonka saa esille valitsemalla **2nd** ja **SOLVER**:

1. Ensin laskin kysyy lauseketta (eqn=). Annetaan tähän: **Y=x^3-x+1**.
Syötettäessä kannattaa muistaa että jos jokin lausekkeessa käytettävä muuttuja (esim. nyt Y ja x) on jo olemassa ja sisältää jonkin arvon, ratkaisin ottaa tämän arvon käyttöönsä. Pieni x löytyy kätevästi **ALPHA** -näppäimen vierestä **x-VAR** -näppäimellä. Tarvittaessa syöttökentän saa tyhjäksi **CLEAR** -näppäimellä.
2. **ENTER**in painallus tuo näkyviin editorin, jossa voidaan antaa arvoja tunnetuille muuttujille. Tuntemattoman muuttujan kohta jätetään tyhjäksi tai täytetään viimeisenä (jos on olemassa sille arvaus). Tässä tapauksessa annetaan Y :n arvoksi nolla ja jos x :n kohdalla on jokin luku, pyyhkitään se **CLEAR** -näppäimellä pois (eli näytölle jää vain $x=$).



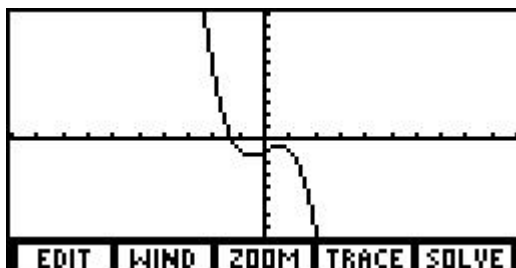
Kuva: Ratkaisimen alkuarvot.

3. Jätetään kursori x :n riville (tämä osoittaa laskimelle mitä muuttujaa yritetään ratkaista) ja valitaan **SOLVE (F5)**.
4. Nyt valitulle lausekkeella x :n arvoksi tulee $-1.3247\dots$. Eli tällä x :n arvolla Y saa lähimmän mahdollisen nollaa lähellä olevan arvon. Nyt saatua arvoa ei saa muunnettua laskimen **>Frac** -toiminnolla murtoluvuksi.



Kuva: Saatua vastausta.

- $x=-$ -rivin alapuolella oleva `bound` -rivi sisältää lukualueen, jolta ratkaisua etsitään. Täyttämällä `bound` -riville oma minimi ja maksimi voidaan rajoittaa ratkaisun etsiminen halutulle alueelle ja siten esim. nopeuttaa toimintoa.
- `bound` -rivin alle tulee ratkaisun jälkeen uusi rivi `left-rt`, joka saa esimerkissä arvon $2E-13$. Tämä ilmoittaa, että kun lausekkeen vasemmasta puolesta vähennetään oikea puoli, laskun tulokseksi tulee $2 \cdot 10^{-13}$. Jos tämän kohdan arvo on nolla, niin lauseke ratkeaa täsmälleen saadulla arvolla.
- `left-rt` -rivin ja x -rivin vasemmalle puolelle tulee näkyviin neliöt. Tämä osoittaa ratkaistun muuttujan ja kuinka lähelle tavoiteltua arvoa päästiin.
- Ratkaisun saa myös graafisena kuvaajana valitsemalla valikosta kohdan **GRAPH (F1)**. Tällöin laskin piirtää annetun yhtälön kuvaajan. Jos kuvaaja ei osu näytölle, sitä voi skaalata uudelleen valitsemalla **ZOOM (F3) | ZSTD (F5)**. Ellei tämäkään auta, voi skaalauksen määrittellä uudelleen valinnan **WIND** kautta. **TRACE (F4)** -toiminnon kautta voi käsin seurata kursorinäppäimillä käyrän lukuarvoja. Huomaa, että jos palaat graafisesta tilasta editoriin valitsemalla **EDIT (F1)**, käytetyn muuttujan arvo (tässä x) on muuttunut.



Kuva: Kuvaaja graafisena.

- Ratkaisuksi saatu x :n arvo on käytettävissä x -muuttujassa editorista poistumisen jälkeen.

Jos tätä ratkaisinta käytetään yhtälöön jolla on useampia nollakohtia, laskin tuo näkyviin vain yhden niistä. Esim. yhtälö $y=x^2-4x+3$ saa ratkaisimen käsittelyssä vain yhden tuloksen, vaikka niitä todellisuudessa on kaksi. Tämän voi varmistaa **GRAPH (F1)** -toiminnolla. Tällöin pitää käyttää juurten ratkaisinta (kts. 2.5.3 *Polynomi yhtälön juurten ratkaisu*, s. 24).

2.5.3 Polynomi yhtälön juurten ratkaisu

TI-86 opas: *Luku 15: Polynomien juurten ratkaisin, sivu 241*

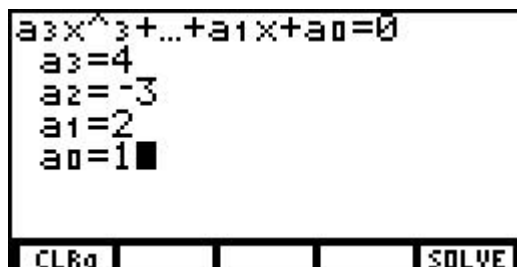
TI-86 ei osaa symbolista sieventämistä eli niiltä osin polynomi yhtälöt pitää edelleen sieventää käsin.

Ratkaisin käynnistetään valitsemalla **2nd POLY**.

1. Ensin laite kysyy funktion astetta (`order=`), mihin syötetään ratkaistavan funktion asteluku.
2. Laskin antaa näyttöön asteluvun mukaisen määrän muuttujia ja lisäksi vakion muuttujan. Esim. kolmannen asteen polynomille tulee muuttujat $A3 \dots A0$, A:ta seuraava numero ilmoittaa muuttujan asteen. Kuhunkin kohtaan syötetään kyseisen asteen kertoimet (kuitaan **ENTER**illä).
3. Valitaan lopuksi **SOLVE (F5)**.
4. Saadut vastaukset voi tallentaa muuttujiin **STOa (F2)** -valinnalla. Laskin kysyy tällöin mille nimelle valittu tulos tallennetaan. Tallennettavan arvon voi valita liikuttamalla kursoria ylös ja alas.
 - Jos jotain astetta ei ole (kyseessä on vajaa yhtälö), annetaan sen kohdan kertoimeksi nolla. Syötettäessä pitää ottaa myös huomioon kertoimien negatiivisuus, eli tarvittaessa kertoimen eteen pitää laittaa miinusmerkki (-).

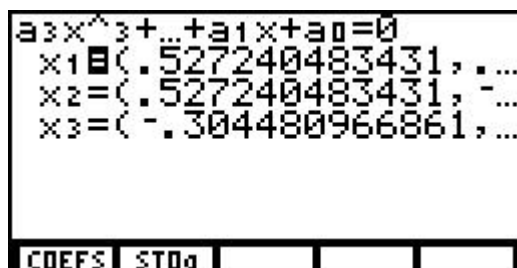
Esim. $4x^3 - 3x^2 + 2x + 1 = 0$

- Asteluku on **3**.
- Syötettävät arvot ovat: $A3 = 4$, $A2 = -3$, $A1 = 2$ ja $A0 = 1$.



Kuva: Arvojen syöttäminen.

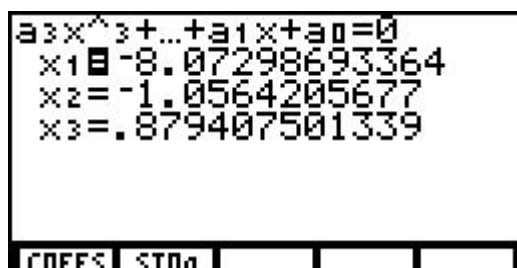
- Vastaus ei ole reaalinen eli vastaukset ovat kompleksimuodossa.



Kuva: Vastaukset.

Esim. $4x^3 + 33x^2 + 2x - 30 = 0$

- Asteluku on **3**.
- Syötettävät arvot ovat: $A3 = 4$, $A2 = 33$, $A1 = 2$ ja $A0 = -30$.
- Vastaus on reaalinen. Huono puoli vastauksissa on se, että ne eivät tule tarkkoina, vaan desimaaliarvoina (murtolukumuunnosta voi kyllä yrittää, kts. 2.2.1 Sieventäminen, s. 16). Kyllä ja paperi ovat siis vielä arvossaan. **EXIT** -näppäin palauttaa tavalliseen laskutilaan.



Kuva: Vastaukset.

2.5.4 Binomin diskreetti

Laskimesta ei löydy valmista toimintoa binomin diskreetin laskemiseksi mutta sellaisen voi siihen ohjelmoida (kts. ohjelmaesimerkit).

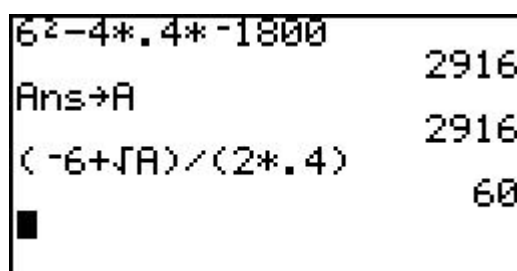
Esimerkki diskreetin laskemisesta:

Jos auton nopeutta lisättäisiin 15km/h, niin se viipyisi 120km:n matkalla 24 minuuttia lyhyemmän ajan. Laske auton alkuperäinen nopeus.

Tehtävästä saadaan lopuksi yhtälö $0,4v^2 + 6v - 1800 = 0$, josta saadaan laskimelle diskreetti: $6^2 - 4 \cdot .4 \cdot -1800$, johon laskin antaa vastaukseksi 2916 (toki yhtälöön voi myös käyttää ratkaisinta).

Vastausta voidaan sitten käyttää toisen asteen yhtälön ratkaisukaavassa kunhan tulos ensin tallennetaan muuttujaan: **STO→A**.

Ensimmäiseksi ratkaisukaavaksi tulee: $(-6 + \sqrt{A}) / (2 \cdot .4)$, josta saadaan vastaukseksi 60.



Kuva: Ensimmäinen ratkaisu.

Toisen kaavan saa kätevästi ensimmäisen laskemisen jälkeen **2nd ENTRY** -näppäilyllä. Vain alun miinusmerkki pitää korjata: $(-6 - \sqrt{A}) / (2 \cdot .4)$, josta saadaan vastaukseksi -75.

Näistä kahdesta vastauksesta vain ensimmäinen (60km/h) on mahdollinen.

2.6 Lineaarinen yhtälöryhmä

TI-86 opas: *Luku 15: Yhtälöryhmien ratkaisin, sivu 243*

Lineaarinen yhtälöryhmä saadaan ratkaistua toiminnon **2nd SIMULT** kautta:

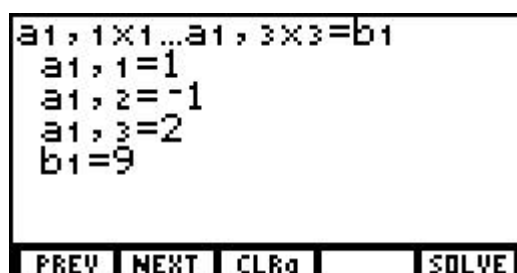
1. Ensiksi ratkaistavat yhtälöt kannattaa järjestellä siten että niiden muuttujat kertoimineen ovat samassa järjestyksessä ja yhtälön oikealla puolella on yhtälön ratkaisu.
2. Valitaan **2nd SIMULT**.
3. Laskin kysyy (Number=) ensin yhtälöiden lukumäärän.
4. Tämän jälkeen laskin kysyy kunkin yhtälön muuttujan kertoimet (a?) ja ratkaisun (b?).
5. Kun yhtälöt on syötetty, valitaan **SOLVE (F5)**.
6. Laskin tulostaa kertoimien arvot.
7. Yksittäisen kertoimen arvon saa tallennettua muuttujaan **STO->** -näppäimellä.
8. Syötettyjen yhtälöiden kertoimet saa tallennettua matriisiin tulostäytön **STOa (F2)** -valinnalla.
9. Syötetyt yhtälöiden ratkaisut saadaan tallennettua vektoriksi **STOb (F3)** -valinnalla.
10. Tulokseksi saadut kertoimet saadaan tallennettua vektoriksi **STOx (F4)** -valinnalla.

Esim. Oletetaan että meillä on yhtälöryhmä:

- $x - y + 2z = 9$
- $x + y + z = 7$
- $2x + y - z = 1$

Huomaa, että yhtälöt ovat tässä vaiheessa ”aakkosjärjestyksessä”, eli samat muuttujat ovat eri yhtälöissä samoissa kohdin. Jos tämä ei ole tilanne syötön alkaessa, pitää olla erittäin tarkkana ettei syötä arvoja väärin.

1. Valitaan **2nd SIMULT**. Ensin laskin kysyy yhtälöissä olevien muuttujien lukumäärän (Number=). Annetaan tähän tässä tapauksessa **3** (= x, y, z).
2. Laskin kysyy ensimmäisen yhtälön kertoimet kullekin muuttujalle:
 $a1,1 = x$:n kerroin (nyt **1**), $a1,2 = y$:n kerroin (**-1**), $a1,3 = z$:n kerroin (**2**).
Viimeiseksi syötetään yhtälön tulos $b1 =$ yhtälön tulos (**9**). Kukin tulos syötetään **ENTER** -näppäimellä. Jos muuttujan etumerkki on miinus (esim. -z) se syötetään näkyviin kertoimeen mukaan (siis (-) -näppäimellä).



Kuva: Ensimmäisen yhtälön luvut syötettynä.

3. Kun ensimmäisen yhtälön tulos on syötetty laskin kysyy seuraavan yhtälön komponentit. Yhtälöiden välillä pääsee liikkumaan **PREV (F1)** ja **NEXT (F2)** -valinnoilla.
4. Kun kaikki yhtälöt on syötetty, valitaan **SOLVE (F5)**. Laskin näyttää ratkaisut muuttujien arvoille (saman vastauksen saa myös matriisien kertolaskulla.).



Kuva: Kerrointen arvot.

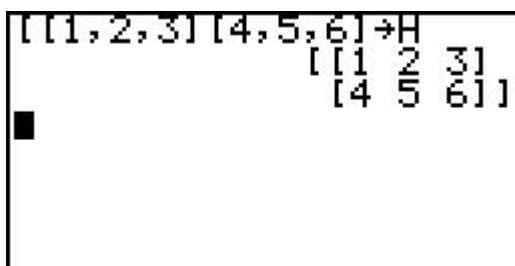
2.7 Matriisialgebra

2.7.1 Matriisien syöttö laskimeen

TI-86 opas: *Luku 13: Matriisien luominen, sivu 204*

Matriisi voidaan syöttää koneella kahdella eri tavalla:

- Suoraan näppäimistöltä
`[[alkiot pilkulla erotettuna][alkiot pilkulla erotettuna]]`.
 Eli kahden hakasulkeen väliin laitetaan matriisin alkiot hakasuluilla varustettuna. Esim.
`[[1,2,3][4,5,6]]` Näin syötetyn matriisin voi tallentaa **STO->** -näppäimellä myöhempää käyttöä varten.

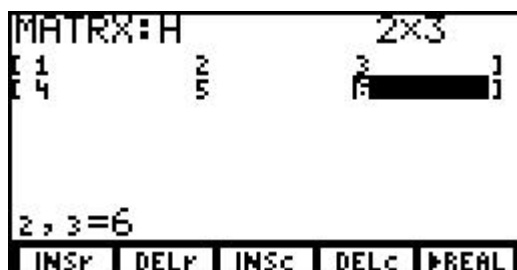


Kuva: Suoraan syötetty matriisi.

- Toinen vaihtoehto on käyttää laskimen syöttöikkunaa: **2nd** ja **MATRIX: EDIT (F2)**. Laskin pyytää heti alussa matriisille muuttujanimen (tämän voi syöttää suoraan näppäimistöstä, esim. **H**). Kun tämä on annettu, laskin kysyy matriisin tyyppin (koon).

Huomaa että laskin kysyy *ensin rivien määrän ja sitten sarakkeiden määrän*.

Kun nämä on annettu, voidaan syöttää matriisin arvot **ENTER** -näppäimen kera. Kun viimeinen arvo on syötetty, voidaan näytöstä poistua **EXIT** -näppäimellä. Tämän jälkeen matriisi on käytettävissä annetulla muuttujanimella.



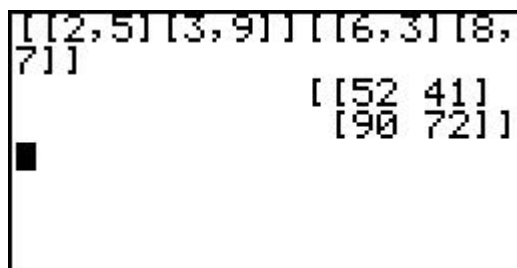
Kuva: Editorin kautta syötetty matriisi.

2.7.2 Toimenpiteitä matriiseille

TI-86 opas: *Luku 13: Matriisin käyttö lausekkeessa, sivu 210*

2.7.2.1 Kertolasku

Matriisikertolasku toimii laskimessa kuten normaali kertolasku, matriisikertolaskun rajoituksin (kertojan pystyrienvien lukumäärä oltava sama kuin kerrottavan vaakarivien lukumäärä). Kerrottaessa matriiseja kertomerkkiä ei yleensä tarvita.



Kuva: Kaksi matriisia kerrottuna keskenään.

2.7.2.2 Transponointi

Annetaan haluttu matriisi (syötetään joko suoraan tai annetaan sen muuttujan nimi):

2nd **MATRIX: MATH** | **T (F2)**. Esim. $[[1, 2]]^T$ antaa tulokseksi transponoidun matriisin:

$$\begin{bmatrix} [1] \\ [2] \end{bmatrix}.$$

2.7.2.3 Käänteismatriisi

Annetaan haluttu matriisi (syötetään joko suoraan tai annetaan sen muuttujan nimi) ja valitaan siten **2nd** **x⁻¹** **ENTER**. Esim. $[[1, 2], [3, 4]]^{-1}$ antaa tulokseksi käänteismatriisin

$$\begin{bmatrix} [-2 & 1] \\ [1.5 & -0.5] \end{bmatrix}.$$

Tämä toimii siis vain neliömatriiseille.

2.7.2.4 Determinantti

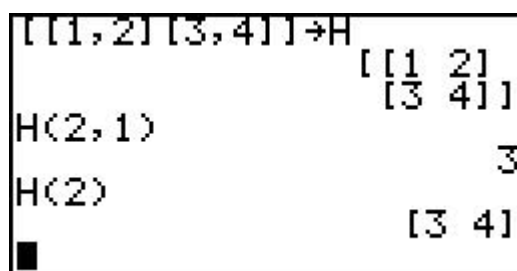
Valitaan **2nd** **MATRIX: MATH (F3)** | **det (F1)**. Annetaan haluttu matriisi (syötetään joko suoraan tai annetaan sen muuttujan nimi) ja painetaan **ENTER**. Esim. **det** $[[1, 2], [3, 4]]$ tuottaa vastaukseksi -2 .

2.7.2.5 Matriisin ominaisarvot

Matriisin ominaisarvot saadaan valitsemalla **2nd MATRX: MATH | eigV1** ja joko syöttämällä suoraan matriisi tai sen muuttujan nimi. Esim. **eigV1** $[[4,6][2,8]]$ tuottaa vastaukseksi ominaisarvot $\{2 \ 10\}$.

2.7.2.6 Matriisin yksittäisen komponentin ottaminen laskutoimituksiin

Matriisista saadaan luettua yksittäinen luku samoin kuin vektoreista: tallennetaan ensin matriisi muuttujaan ja tämän jälkeen viitataan siihen indeksillä (kts. kuva). Kokonaisen vaakarivin ottamiseen riittää pelkkä rivi-indeksi, esim. kuvan matriisista viittaus **H(2)** tuottaa vastaukseksi $[3 \ 4]$. Huomaa että vastaus on nyt laskimen kannalta vektorimuodossa.



Kuva: Suoraan syötetty matriisi ja sen osia.

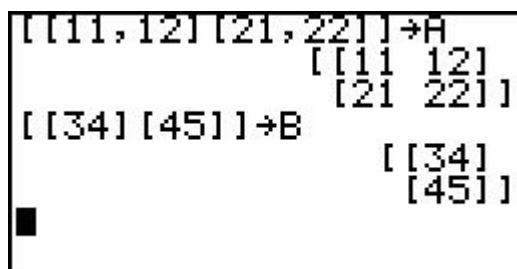
Esim. Lineaarisen yhtälöryhmän ratkaisu matriiseilla.

Ratkaistavana on yhtälöt joista kerroinmatriisiksi ja vakiomatriisiksi saadaan

$$\begin{array}{lcl} 11x + 12y = 34 & [[11, 12]] & [[34]] \\ 21x + 22y = 45 & [[21, 22]] & [[45]] \end{array}$$

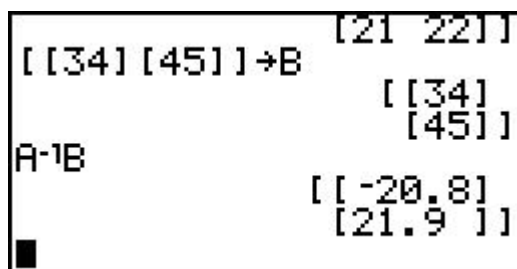
Laskimessa:

1. Tallennetaan ensin kerroinmatriisi esim. nimelle A, sitten vakiomatriisi nimelle B.



Kuva: Matriisit tallennetaan muuttujanimille.

2. Kerrotaan kerroinmatriisin käänteismatriisi vakiomatriisilla: $A^{-1}B$



Kuva: Käänteismatriisi kerrotaan vakiomatriisilla.

Tuloksen ensimmäinen (ylempi luku) on ensimmäisen muuttujan vastaus (tässä x), toinen (alempi luku) on toisen muuttujan vastaus (tässä y). Siis $x=-20,8$ ja $y=21,9$.

2.8 Kompleksiluvut

TI-86 opas: *Luku 4: Kompleksilukujen käyttö, sivu 78*

Kompleksilukuvalikko löytyy laskimesta näppäilyllä **2nd CPLX**. Itse kompleksiluvut syötetään laskimeen suorakulmaisessa muodossa (*reaaliosa, imaginaariosa*), esim. $(1, -1)$ tai napakoordinaattimuodossa (*etäisyys/kulma*). Tällaisena kompleksilukua voidaan käyttää muuttujissa ja laskujen sisällä ja niihin pätevät tavalliset laskutoimitukset. Vastaukset tulevat kompleksilukumuodossa, joten ne pitää osata muuntaa paperille kirjoitettavaan muotoon:

- $(0, 1)$ arvo on **j** ($\sqrt{-1}$)
- $(-1, 0)$ arvo on **-1**
- $(0, -1)$ arvo on **-j**
- $(1, 0)$ arvo on **1**

Saatava tulostusmuoto riippuu laskimen asetuksista (**2nd MODE**): **RectC** tuottaa suorakulmaisen esitystavan, **PolarC** tuottaa napakoordinaattiesitystavan. Samoin valittu laskutila (**Radian/Degree**) vaikuttaa tuloksen muotoiluun.

j:n perusarvon voi myös syöttää vakioksi laskimeen (kts. *1.6.6 Omat vakiot, s. 13*).

Kompleksilukufunktioita: kts. TI-86 opas: *Luku 4: Kompleksilukujen käyttö, sivu 80*

2.9 Epäyhtälöt

TI-86 opas: *Luku 3: TEST (vertailu) -valikko, sivu 61*

Laskin ei käsittele epäyhtälöitä muutoin kuin laskennallisesti vertailuoperaattoreilla, jotka löytyvät **2nd TEST** -näppäilyllä. Symbolista käsittelyä ei ole. Eli jos laskimella testautetaan esim. funktio $2x < 5$, saatu vastaus riippuu täysin x -muuttujan arvosta.

Testaustoiminnot on tarkoitettu pääsääntöisesti laskimeen tehtävien ohjelmien loogisia vertailuja varten. Lisäksi niitä voi käyttää kahden yhtä pitkän joukon välillä.

2.10 Lukujärjestelmät ja niiden muunnokset

2.10.1 Lukujärjestelmän valinta

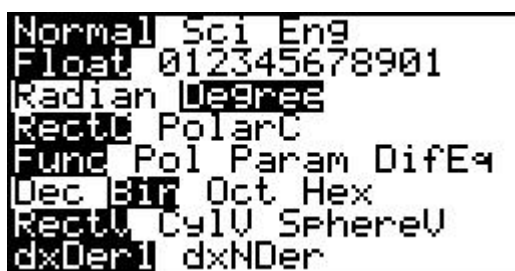
TI-86 opas: *Luku 1: Toimintatilojen tarkastelu ja muuttaminen, sivu 37*

TI-86 opas: *Luku 4: Lukujärjestelmät, sivu 72*

Laskimen käyttämän lukujärjestelmän voi valita **2nd MODE** kautta. Vaihtoehtoina ovat:

- Dec: desimaali- eli kymmenkantainen järjestelmä (10^x)
- Bin: binääri- eli kaksikantainen järjestelmä (2^x)
- Oct: oktaali- eli kahdeksankantainen järjestelmä (8^x)
- Hex: heksa- eli kuusitoistakantainen järjestelmä (16^x)

Valinta tapahtuu viemällä kursorinäppäin halutun järjestelmän päälle ja painamalla **ENTER**. Tämän jälkeen voi poistua valitsemalla **EXIT**. Tehdyn valinnan jälkeen laskin hyväksyy laskutoimitukset valitulla lukujärjestelmällä. Sisäisesti kukin laskutoimitus muunnetaan kymmenjärjestelmään ja tulos takaisin valittuun lukujärjestelmään.



Kuva: Valittuna binäärinen lukujärjestelmä (rivi 6).

Jos siis lukujärjestelmäksi valitaan esimerkiksi binäärijärjestelmä, laskin ilmoittaa välittömästi virheen mikäli laskuissa yritetään käyttää muita numeroita kuin 1 ja 0. Siis **2+2** ei suoraan onnistu, vaan pitää joko toteuttaa lasku binäärisenä (**10 + 10**) tai tehdä se muunnosten kautta.

Desimaalipilkku (tai laskimen tapauksessa siis -piste) on käytettävissä vain desimaalijärjestelmätilassa.

Satunnaisia muunnoksia tai laskutoimituksia varten laskimen lukujärjestelmää ei kannata vaihtaa, vaan käyttää muunnoksia..

2.10.1 Muunnokset

TI-86 opas: *Luku 4: Lukujärjestelmät, sivu 72*

TI-86 opas: *Luku 4: Lukujärjestelmätyypin määrittäminen, sivu 75*

Normaalisti laskin kannattaa pitää desimaalijärjestelmätilassa. Joskus kuitenkin eteen tulee eri lukujärjestelmän lukuja, joita pitää joko muuntaa kymmenjärjestelmään (tai toisinpäin) tai niillä pitää suorittaa laskutoimituksia. Tätä varten laskimesta löytyy **2nd BASE** -valikko.

Desimaalipilkku (tai laskimen tapauksessa siis -piste) on käytettävissä vain desimaalijärjestelmätilassa.

2.10.2.1 Luvun tyypin määrittäminen

Laskimelle voi kertoa yksittäisen luvun tyypin lukujärjestelmän symbolilla, jotka löytyvät valikosta **2nd BASE: TYPE (F2)**. Valikossa olevat kirjaimet eivät siis ole tavallisia kirjainmerkkejä, vaan symboleita.

- **b (F1)**: binääriluku
- **h (F2)**: heksaluku
- **o (F3)**: oktaaliluku
- **d (F4)**: desimaaliluku

Esim. Tarvitaan tietää paljonko oktaali 12 on desimaalilukuna:

1. Syötetään **12 o (F3)** ja **ENTER**.
2. Vastaukseksi tulee 10.

Esim. Binääriluvun 100100 ja desimaaliluvun 34 saa laskettua yhteen syöttämällä:

1. **100100 b (F1) + 34** ja **ENTER**.
2. Vastaukseksi tulee 70.

2.10.2.2 Heksadesimaaliluvut

Heksadesimaalilukujen lukusymboleita A-F varten laskimesta löytyy omat symbolinsa. Kuten lukujärjestelmäsymbolillakaan, näillä kirjaimilla ei ole laskimessa mitään tekemistä tavallisten kirjaimien kanssa. Symbolit löytyvät valitsemalla **2nd BASE: A-F (F1)**. Valikossa on erikoista se että avaamisen jälkeen symboli A löytyy näppäilyllä **2nd M1**, muut ovat valittavissa normaalisti näppäimillä **F1 - F5**.

|| Heksadesimaalisymbolin käyttö luvussa ei poista tarvetta käyttää lukujärjestelmäsymbolia. Sen saa esille kätevästi heksavalikosta valinnalla **TYPE (2nd M2)**. ||

Esim. Halutaan tietää paljonko hekso CODE on desimaalilukuna:

1. Syötetään **CODE h (F2)** ja **ENTER**.
2. Vastaukseksi tulee 49374.

2.10.2.3 Lukujärjestelmämuunnokset

Joskus tulee tilanteita joissa pitää muuttaa jossain lukujärjestelmässä oleva luku toiseen lukujärjestelmään. Tällöin käytettävissä on laskimen muunnostoiminnot, jotka löytyvät valinnalla **2nd BASE: CONV (F3)**:

- **>Bin (F1)**: binääriluvuksi
- **>Hex (F2)**: heksavuksi
- **>Oct (F3)**: oktaaliluvuksi
- **>Dec (F4)**: desimaaliluvuksi

Esim. Halutaan muuntaa heksaluku EFFh binääriluvuksi:

1. Syötetään **EFFh >Bin (F1)** ja **ENTER**.
2. Vastaukseksi tulee 11101111111b.

|| Jos muunnoksessa laskimen lukujärjestelmän alue ylittyy, tulos tulee käytössä olevan järjestelmän lukuna. Binaärilukutilassa ylitys tulee näkyviin desimaalisena. ||

Esim. Halutaan muuntaa heksaluku CODE binaäriluvuksi ja laskin on desimaalijärjestelmätilassa:

- Syötetään **CODEh >Bin** ja **ENTER**. Vastaukseksi tulee desimaaliluku 49374d.
- Jos laskin on samassa tilanteessa oktaali- tai heksajärjestelmätilassa, vastaus tulee ko. järjestelmän lukuna, ei binaärilukuna.
- TI-86 opas: *Luku 4: Lukujärjestelmien alueet -taulukko, sivu 72.*

2.11 Boolean logiikka ja bittioperaatiot

2.11.1 Boolean logiikka

TI-86 opas: *Luku 4: Loogisten operaatioiden tulokset, sivu 77*

Laskimen Boolean logiikan operaattorit löytyvät valikosta **2nd BASE: BOOL (F4)**. Operaatiot ovat:

- **and (F1)**: JA (kertolasku)
- **or (F2)**: TAI (yhteenlasku)
- **xor (F3)**: poissulkeva TAI (eriävien arvojen yhteenlasku)
- **not (F4)**: EI (komplementti)

|| Operaatioissa käytettyjen lukujen ja saadun tuloksen on oltava käytetyn lukujärjestelmän alueella. ||

Esim. Binaärioperaatio (maskaus) 1011101 AND 11100111
(kun laskin on desimaalijärjestelmätilassa):

1. Valitaan ensin lukujärjestelmätunnukset: **2nd BASE: TYPE (F2)**.
2. Syötetään operaatio: **1011101b and (F1) 11100111b** ja valitaan **ENTER**.
3. Vastaukseksi tulee 165. Muunnetaan tämä taas binaärisiksi valitsemalla **CONV (2nd M3) | >Bin (F1)** ja taas **ENTER**.
4. Vastaukseksi saadaan 10100101b.

2.11.2 Bittioperaatiot

TI-86 opas: *Luku 4: BASE BIT -valikko, sivu 77*

Laskimella on mahdollista kiertää ja siirtää (bitti)lukuja oikealle ja vasemmalle. Tätä varten löytyy valikko **2nd BASE: BIT (F5)**. Operaatiot toimivat vain binaärijärjestelmätilassa ja ovat:

- **rotR (F1)**: arvon kierto oikealle
- **rotL (F2)**: arvon kierto vasemmalle
- **shftR (F3)**: arvon siirto oikealle
- **shftL (F4)**: arvon siirto vasemmalle

|| Vaikka laskin käyttää näissä operaatioissa 16-bittisiä lukuja, ovat lukualueen ylityksen mahdollisia. ||

Esim. Kierrätetään ensin binäärilukua 1111000000000000 (12 nollaa) yhden kerran vasemmalle ja sen jälkeen siirretään sitä yhdesti vasemmalle (laskin on binäärijärjestelmätilassa):

1. Valitaan kierto-operaatio: **2nd BASE: BIT (F5) | rotL (F1)**.
2. Syötetään luku operaation perään **1111000000000000** ja valitaan **ENTER**.
3. Vastaukseksi saadaan 1110000000000001. Ensimmäinen ykkönen on kierähtänyt luvun vähiten merkitseväksi bitiksi ja muut siirtyneet yhdellä vasemmalle. Kiertyminen tulee näkyviin vasta 16-bit luvun yhteydessä.
4. Valitaan siirto-operaatio **shftL (F4)**, edellisen operaation vastaus **2nd ANS** ja painetaan **ENTER**.
5. Vastaukseksi saadaan 1100000000000010. Ensimmäinen ykkönen on hävinnyt ja muut siirtyneet yhdellä vasemmalle.

3 Geometria

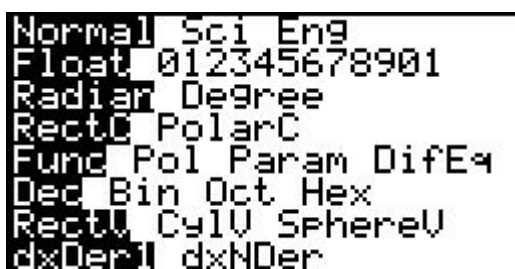
3.1 Kulmayksiköt

3.1.1 Kulmayksikön valinta

TI-86 opas: *Luku 1: Toimintatilojen tarkastelu ja muuttaminen, sivu 37*

Laskin toimii oletusarvoisesti absoluuttisella kulmayksiköillä eli radiaaneilla. Tavallisesti geometrian opetus kuitenkin alkaa asteita käyttämällä, joten laskin pitää asettaa käyttämään asteyksiköitä. Tämä tapahtuu seuraavasti:

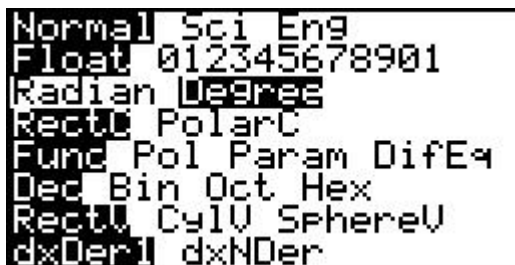
1. Valitaan **2nd MODE**. Näytölle avautuu toimintatilojen asetusikkuna.



```
Normal Sci Eng
Float 012345678901
Radian Degree
RectC PolarC
Func Pol Param DfE4
Dec Bin Oct Hex
RectV CylV SphereV
dxDer1 dxNDer
```

Kuva: Laskimen asetusruutu, käytössä radiaani.

2. Viedään kursorinäppäimillä kursori kolmannelle riville sanan Degree päälle ja painetaan **ENTER**. Laskin käyttää nyt asteita.



```
Normal Sci Eng
Float 012345678901
Radian Degree
RectC PolarC
Func Pol Param DfE4
Dec Bin Oct Hex
RectV CylV SphereV
dxDer1 dxNDer
```

Kuva: Laskin asetusruutu, käytössä nyt asteet.

3. Asetusikkunasta pääsee laskentatilaan **EXIT** -näppäimellä.

Vastaavalla tavalla astetilasta päästää radiaanitilaan käymällä vaihtamassa asetuskohdaksi Ra-dian.

Jos saat trigonometrisia funktioita sisältävän laskun vastaukseksi oudolta vaikuttavan tuloksen, kannattaa tarkistaa laskimen toimintatila. Vaikka laskimessa on toiminnot kulmayksikön muunnoksiin, kannattaa yleensä vaihtaa laskimen toimintatila tarvittavaan yksikköön.

3.1.2 Kulmayksikkömuunnokset

TI-86 opas: *Luku 3: MATH ANGLE -valikko, sivu 57*

Laskimen toimintatilasta riippuen asteita voi muuttaa radiaaneiksi ja toisin päin valmiilla toimintoilla:

- **Kun laskin on astetilassa**, radiaaneja saa muunnettua asteiksi seuraavasti:
 1. Syötetään jokin radiaaniluku, esim. **2nd π**
 1. Valitaan **2nd MATH: ANGLE (F3) | r (F2)** ja lopuksi **ENTER**.
 2. Näytölle tulee vastaus 180 astetta.



Kuva: Muunnos radiaaneista asteiksi.

- **Kun laskin on radiaanitulassa**, asteita saa muunnettua radiaaneiksi kuten edellä, mutta nyt kohdassa 2 valitaan **2nd MATH: ANGLE (F3) | o (F1)** ja lopuksi **ENTER**.

|| Tarvittaessa muunnosmerkin (π ja o) kanssa kannattaa käyttää edeltäviä sulkeita. ||

Esim. $5+5^\pi$ tuottaa eri vastauksen kuin $(5+5)^\pi$.

Esim. Muunna asteiksi $1,234rad$.

1. Varmistetaan, että laskin on astetilassa:
2nd MODE, katsotaan että valittuna on Degree. Ellei, valitaan se. Poistutaan **EXIT** -näppäimellä.
2. Kirjoitetaan 1.234 ja valitaan **2nd MATH: ANGLE (F3) | r (F2)**.
3. Painetaan **ENTER**, mikä tuottaa vastaukseksi $70.70299\dots$. Vastaus on siis $70,7^\circ$. Tämän jälkeen pitää muistaa että nyt on valittuna astetila jos sattuu tarvitsemaan radiaaneja.

3.2 Trigonometriset funktiot

Laskimesta löytyy seuraavat trigonometriset funktiot:

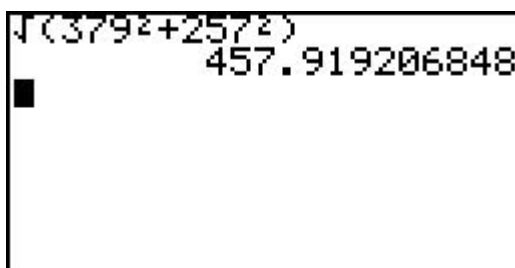
<i>funktio</i>	<i>näppäily</i>
sini	SIN
kosini	COS
tangentti	TAN
arkussini	2nd SIN⁻¹
arkuskosini	2nd COS⁻¹
arkustangentti	2nd TAN⁻¹
hyperbolinen sini	2nd MATH: HYP (F4) sinh (F1)
hyperbolinen kosini	2nd MATH: HYP (F4) cosh (F2)

hyperbolinen tangentti	2nd MATH: HYP (F4) tanh (F3)
hyperbolinen arkussini	2nd MATH: HYP (F4) sinh⁻¹ (F4)
hyperbolinen arkuskosini	2nd MATH: HYP (F4) cosh⁻¹ (F5)
hyperbolinen arkustangentti	2nd MATH: HYP (F4) MORE tanh⁻¹ (F1)

Kullekin funktiolle annetaan parametriksi arvo johon haluttu funktio halutaan kohdistaa.

Esim. Laske suorakulmaisen kolmion kulmat ja kateetti kun tiedetään että sivujen pituudet ovat 379 ja 257.

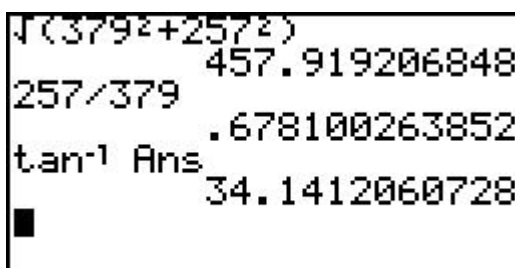
1. Kateetin pituus saadaan syöttämällä: $\sqrt{379^2 + 257^2}$, mistä saadaan tulokseksi:



Kuva: Kateetin pituus.

Mikä on pyöristettynä 458.

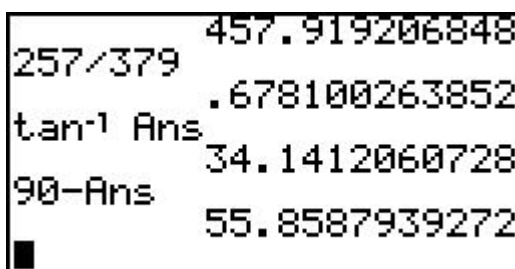
2. Toinen kulmista saadaan esim. tiedetyistä sivuista tangentin avulla:
 Ensinnä lasketaan sivujen suhde: $257/379$, mistä saadaan: .6781...
 Tästä arvosta otetaan arkustangentti:
 \tan^{-1} Ans, joka antaa vastaukseksi: 34.1412...



Kuva: Ensimmäinen kahdesta kulmasta.

Mikä on pyöristettynä 34,1°.

3. Viimeinen kulma saadaan yksinkertaisesti syöttämällä: $90 - \text{Ans}$, mistä saadaan vastaukseksi: 55.85879...



Kuva: Ensimmäinen kahdesta kulmasta.

Mikä on pyöristettynä 55,9°.

3.3 Yksikköympyrä

Laskin ei sisällä erikoistoimintoja yksikköympyrää varten, mutta laskimen ratkaisinta voidaan käyttää esim. trigonometristen yhtälöiden ratkaisujen hakuun.

Esim. Hae yhtälön $\sin x = 0,5$ kaikki välillä $0^\circ - 360^\circ$ olevat ratkaisut.

Ratkaisimella löytyy yksi ratkaisu seuraavasti:

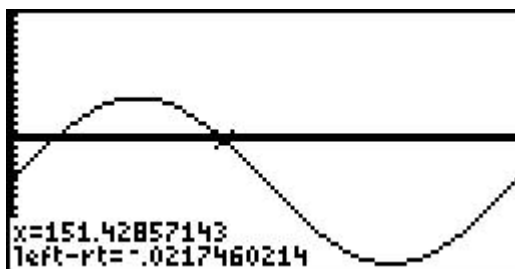
1. Varmista, että laskin on astetilassa.
2. Valitaan **2nd SOLVER**, syötetään: **sin x=.5** ja painetaan **ENTER**.
3. Jos kohtaan $x=$ tulee jokin arvo, vie kursori tähän kohtaan ja tyhjennä se **CLEAR** -näppäimellä.
4. Kun kursori on kohdassa $x=$, valitse toiminto **SOLVE (F5)**. Laskin antaa vastaukseksi 30 (Saman vastauksen saa, jos laskee suoraan $\sin^{-1} .5$)
5. Edellinen vastaus ei kuitenkaan riitä, koska se on vasta ensimmäinen ratkaisu tutkittavalla välillä. Seuraava kulma saadaan yksinkertaisesti laskemalla $180^\circ - 30^\circ$, mistä saadaan toiseksi vastaukseksi 150° .

Laskimella toinen ratkaisu löydetään graafisesti valitsemalla toiminto **GRAPH (F1)**, jolloin laskin piirtää yksikköympyrän sinikäyrän näytölle. Jos käyrä jää pieneksi tai siitä näkyy vain osa, valitse **WIND (F2)** ja määritä näytön asetuksiksi:

$xMin=0$, $xMax=360$, $xScl=1$, $yMin=-1.5$, $yMax=1.5$, $yScl=1$, $xRes=1$ ja valitse uudelleen **GRAPH (F1)**.

Kun x :n arvot vaihtelevat välillä $0-360$, näytölle mahtuu yhden ympyrän kaari. Vastaavasti radiaanitulassa x :n arvot olisivat välillä $0-2\pi$.

6. Valitse toiminto **TRACE (F4)**. Käyrälle ilmestyy pieni laatikko ja näytön vasempaan alkulmaan x :n arvo. Kun kursoria liikutellaan oikealle tai vasemmalle, x :n arvo päivittyy vastaavasti. Siirretään laatikkoa käyrällä vasemmalle arvoa $0,5$ kuvaavan viivan kohdalle, jossa käyrä leikkaa viivan.
7. x :n arvoksi tulee viivan lähellä noin 150 . Laskin ei pysty näyttämään tätä tarkkaa arvoa, mutta sen on pääteltävissä kun edeltävä vastaus 30 tiedetään. Kun laatikkoa siirretään edelleen vasemmalle toiseen leikkauspisteeseen, x :n arvoksi tulee viivan lähellä noin 30 .



Kuva: Ensimmäinen leikkauspiste.

- Tarkka arvo leikkauskohdille saadaan, jos näytön asetusten $xMax=$ -arvoksi annetaan ylemmän puoliympyrän astemäärä **180 (π)**.
- Jos tutkittava arvo olisi esim. $-0,5$, näytön asetuksiksi kannattaisi laittaa $xMin=180$ ja $xMax=360$ (eli alempi puoliympyrä).
- Samat vastaukset löytyvät myös taulukkoeditorilla, kunhan syötetään ensin lauseke **$y1=\sin^{-1} x$** ja käynnistetään sitten taulukkoeditori näppäilyllä **TABLE**.
TBLST (F2) kautta käydään määrittelemässä: $TblStart=0$ ja $Tbl=1$.

Tämän jälkeen voidaan siirtyä taulukkoon **TABLE (F1)** -näppäilyllä.

Vastaukset löytyvät, kunhan taulukkoa kelataan alaspäin kunnes löytyy rivi jolla y_1 arvo on .5.

X	y_1	
145	.5735764	
146	.5591929	
147	.544639	
148	.5299193	
149	.5150381	
150	.5	
x=150		
TBLST	SELCT	x y

Kuva: Toinen piste.

3.4 Sini- ja kosinilauseet

Sini- ja kosinilauseiden ratkaisemisessa laskimesta on apua lähinnä ratkaisimen muodossa.

Esim. Jos ratkaistavana on vinokulmainen kolmio, jonka sinilauseeksi on saatu:

$$\frac{\sin 52,8^\circ}{a} = \frac{\sin 71,1^\circ}{b} = \frac{\sin x}{49,3m}$$

1. Kulma x ratkeaa laskemalla: **180-58.2-74.1**, mistä saadaan tulokseksi 47.7 (astetta).

Sivun b pituus saadaan nyt verrannolla:

$$\frac{\sin 74,1^\circ}{b} = \frac{\sin 47,7^\circ}{49,3m}$$

2. Valitaan ensin **2nd SOLVER**. Syötetään laskimeen verranto puoliksi ratkaistussa muodossa:

x sin 47.7 = sin 74.1 * 49.3 ja painetaan **ENTER**.

(Huomaa: sivua b kuvataan yhtälössä muuttujalla x ja tämän muuttujan ja sinifunktion välille ei ole kirjattu kertomerkkiä)

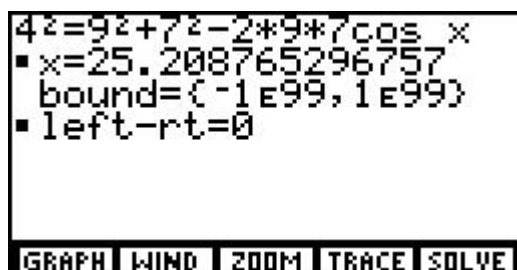
3. Viedään kursori kohtaan $x=$ ja tyhjennetään se **CLEAR** -näppäimellä mikäli siinä on jokin luku.
4. Valitaan **SOLVE (F5)**. Vastaukseksi saadaan 64.1072... (metriä).
5. Vastaavasti a saadaan ratkaisimella yhtälöstä **x sin 47.7 = sin 58.2 * 49.3**, jolle vastaukseksi saadaan 56.6497... (metriä)

Esim. Laske vinokulmaisen kolmion lyhyimmän sivun vastainen kulma x kun tiedetään, että kolmion sivut ovat 7, 4 ja 9.

1. Kosinilauseeksi muodostuu:

$$4^2 = 9^2 + 7^2 - 2 * 9 * 7 \cos x$$

2. Valitaan ensin **2nd SOLVER**, syötetään yllä oleva kosinilause sellaisenaan ratkaisimeen ja valitaan **ENTER**.
3. Viedään kursori kohtaan $x=$ ja tyhjennetään se **CLEAR** -näppäimellä mikäli siinä on jokin luku.
4. Valitaan **SOLVE (F5)**. Vastaukseksi saadaan 25.20... (astetta).



Kuva: Kulman ratkaisu asteina.

3.5 Vektorit

3.5.1 Vektori laskimessa

Vektoreihin liittyvät laskintoiminnot löytyvät valikosta **2nd VECTR**.

TI-86 opas: *Luku 12: Vektorit, sivu 191*

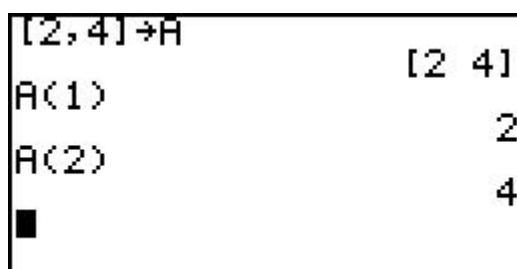
Vektorit esitetään laskimessa tavallisesti muodossa $[x \ y]$, $[x \ y \ z]$ tai $[r \angle x]$.

Vektorit saa syötettyä

1. antamalla ensin hakasulun: **2nd [**.
2. Tämän jälkeen syötetään vektorin koordinaatit pilkulla erotettuna ja
3. suljetaan vektori toisella hakasululla: **2nd]**.

Esim. **[2,4]** tuottaa vastaukseksi $[2 \ 4]$.

- Vektorin saa tallennettua muuttujaan **STO->** -näppäimellä kuten tavallisen luvun.
- Vektorin komponentin saa mukaan laskutoimitukseen tallentamalla vektorin ensin johonkin muuttujaan ja tämän jälkeen viittaamalla siihen sulussa olevalla indeksillä. Esim. tallennetaan ensin **[2,4] STO-> A**, syötetään sitten laskimelle: **A(1)** ja **ENTER**, mikä antaa luvun 2 sekä **A(2)** ja **ENTER**, mikä antaa luvun 4.



Kuva: Vektorin komponentit.

3.5.2 Laskutoimitukset vektoreilla

TI-86 opas: *Luku 12: Matemaattisten funktioiden käyttö vektorin kanssa, sivu 198*

Vektoreihin pätevät samat laskutoimitukset kuin lukuihinkin. Esim.

- **[2,4] + [-4,5]** antaa vastaukseksi $[-2 \ 9]$
- **$c - b = (-3i + 4j) - (3i - 7j)$** on laskimessa: **[-3,4] - [3,-7]**, mikä antaa vastaukseksi $[-6 \ 11]$

$$\begin{aligned} [2,4] + [-4,5] &= [-2,9] \\ [-3,4] - [3,-7] &= [-6,11] \end{aligned}$$

Kuva: Vektorilaskuja.

3.5.3 Vektorien piste- ja ristitulo, yksikkövektorit

TI-86 opas: *Luku 12: VECTR MATH-valikko, sivu 199*

- Kahden vektorin välisen pistetulon saa valitsemalla **2nd VECTR: MATH | dot (F4)**. Näytölle tulee `dot(` ja laskin jää odottamaan jatkoa. Syötetään kaksi vektoria `[]`-muodossa pilkulla erotettuna, esim. `[2,5]`, `[6,-2]` ja laitetaan sulkeet kiinni `)`. **ENTER**in painallus tuo näytölle vastaukseksi 2.

$$\text{dot}([2,5],[6,-2]) = 2$$

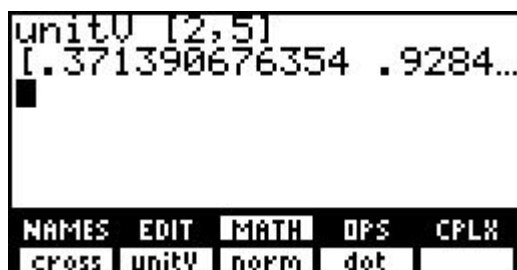
Kuva: Vektorien pistetulo.

- Vektorien ristitulon saa valitsemalla **2nd VECTR: MATH | cross (F1)**. Näytölle tulee `cross(` ja laskin jää odottamaan jatkoa. Syötetään kaksi avaruusvektoria `[]`-muodossa pilkulla erotettuna, esim. `[2,5,1]`, `[6,-2,3]` ja laitetaan sulkeet kiinni `)`. **ENTER**in painallus tuo näytölle vastaukseksi `[17 0 -34]`.

$$\text{cross}([2,5,1],[6,-2,3]) = [17 \ 0 \ -34]$$

Kuva: Vektorien ristitulo. Huomaa, että sattumalta lopusta pois jäänyt sulku ei tuottanut tässä tapauksessa virhettä.

- Vektorin yksikkövektorin saa valitsemalla **2nd VECTR: MATH | unitV (F2)**. Näytölle tulee `unitV` ja laskin jää odottamaan jatkoa. Syötetään vektori `[]`-muodossa, esim. `[2,5]`. **ENTER**in painallus tuo näytölle vastaukseksi `[.3713... .9284...]`, jota tarvittaessa voi selata nuolinäppäimillä (vasen, oikea).

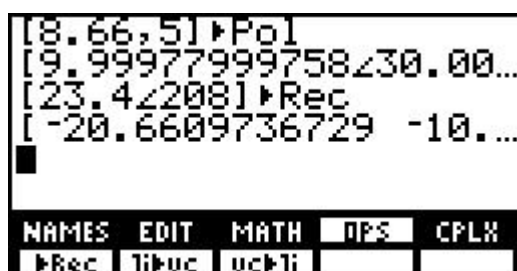


Kuva: Vektorin yksikkövektorit.

3.6 Napakoordinaatit

Laskimesta löytyy toiminnot paikkavektorin konvertointiin suorakulmaisesta napakoordinaattiesitystapaan ja päinvastoin.

- Napakoordinaattiesitys laskimessa on muotoa $[pituus\angle kulma]$. Kulmamerkki saadaan näppäilyllä **2nd** ja oikean reunan pilkkunäppäin.
- Normaalisti käytössä oleva suorakulmainen koordinaatti saadaan muutettua napakoordinaatiksi toiminnolla **2nd VECTR: OPS | >Pol (F3)**. Esim. $[8.66, 5]$ **>Pol ENTER** antaa vastaukseksi $[9.999... \angle 30.00]$.
- Napakoordinaatti saadaan suorakulmaiseksi toiminnolla **2nd VECTR: OPS | MORE | >Rec (F1)**. Esim. $[23.4 \angle 208]$ vastaukseksi tulee $[-20.66... -10.985...]$.

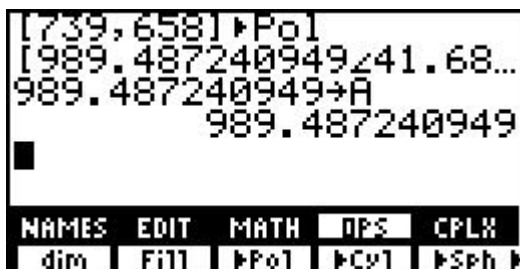


Kuva: Koordinaattimuutokset.

- Jos laskin ilmoittaa napakoordinaatin negatiivisen suunnan kautta, saadaan positiivinen kulma yksinkertaisesti lisäämällä kulmaan 360° (2π). Esim. $[-6, -2]$ **>Pol** antaa vastaukseksi $[6.324... \angle -161.565...]$. Eli $-161,56...^\circ + 360^\circ = 198.44...^\circ$.

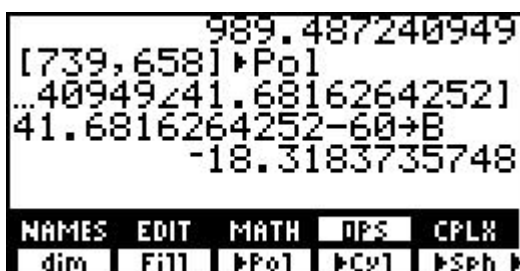
Esim. Vektoria $\mathbf{r} = 739\mathbf{i} + 658\mathbf{j}$ kierretään 60° negatiiviseen kiertosuuntaan. Laske kärjen uudet koordinaatit.

1. Muunnetaan ensin vektori napakoordinaattimuotoon:
[739, 658] 2nd VECTR: OPS | >Pol (F3) ENTER
2. Tallennetaan saatu pituus muuttujaan:
989.487240949 STO-> A ENTER



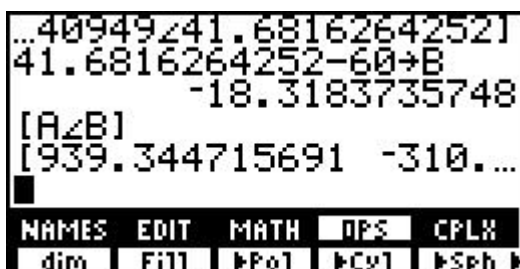
Kuva: Koordinaattimuutos ja tallennus.

3. Vähennetään saadusta asteluvusta 60° :
41.68162664252 - 60 STO-> B ENTER



Kuva: Uuden asteluvun laskeminen ja tallennus.

4. Kootaan muuttunut suorakulmainen muoto:
[A < B] ENTER



Kuva: Uusi vektori.

Uusi suorakulmainen vektori on $[939.35 \ -310.99]$ eli $\mathbf{r} = 939\mathbf{i} - 311\mathbf{j}$.

4 Funktiot

Funktion nollakohtia ja juuria voi etsiä ratkaisimilla (**SOLVER** ja **POLY**).

4.1 Funktion graafiset kuvaajat

TI-86 opas: *Luku 5: Funktioiden piirtäminen, sivu 83*

TI-86 opas: *Luku 6: Piirtotyökalut, sivu 100*

Grafiikkavalikko löytyy laskimesta **GRAPH** -näppäimen takaa. Tämä sisältää jo sen verran ominaisuuksia ja vaihtoehtoja, että tässä käydään läpi lyhyesti vain muutamia valikon kohtia:

- **y(x)= (F1)**: piirrettävän kuvaajan tai kuvaajien funktion syöttö
- **WIND (F2)**: näytön skaalaus (miten iso alue näytetään).
 - Kohdilla xMin, xMax, yMin, yMax määrittelevät näytön rajat x- ja y-suunnissa.
 - Kohdat xScl ja yScl määrittää, kuinka monen yksikön välein akseleille piirretään merkki.
 - Kohta xRes määrittää kuinka monen x -akselin yksikön välein funktiolle lasketaan arvo. Suurempi luku tuottaa epätarkemman funktion.
- **ZOOM (F3)**: piirretyn kuvaajan suurennot/ pienennökset tai rajatun alueen suurennot.
 - Kohta **ZSTD (F4)** asettaa näytön skaalauksen oletusarvoihin.
 - Kohta **BOX (F1)** antaa piirtää näytölle kursorinäppäimillä laatikon, jonka sisältö suurennetaan **ENTER**in napauttamisen jälkeen.
 - Kohta **MORE | ZFIT (F1)** yrittää sovittaa piirrettävän funktion näytölle. Tulokset välillä mitä sattuu.
 - Kohta **MORE | ZDATA (F5)** toimii kun on käytetty havaintopisteitä. Laskin tuo näkyviin kaikki havaintopisteet.
 - **TRACE (F4)**: kursori liikkuu funktion käyrää pitkin ja samalla näyttää funktion kyseisessä kohdassa saamia likiarvoja.
 - **GRAPH (F5)**: valitun kuvaajan tai kuvaajien piirto näytölle.
- **MORE** -näppäimen takaa löytyy vielä lisää valikoita, josta muutama:
 - **MATH (F1)**: laskennallisia operaatioita piirretyille funktioille, esim. derivointi.
 - **DRAW (F2)**: viivojen, tekstien ym. lisukkeiden lisääminen kuvaan.
 - **FORMT (F3)**: näytön ja piirron asetuksia.

Esimerkki kuvaajan piirtämisestä:

1. Valitse **GRAPH** -näppäin ja sieltä **y(x)= (F1)**
2. Syötetään kohtaan $y1$ kaava: $x^2 + \sin(x^2) * 2$
 - Huomaa että syötön alettua $y1$:n ja kaavan välinen yhtäsuuruusmerkki muuttuu käänteiseksi (tumma tausta). Tämä merkitsee että kaava on valittu piirrettäväksi. **SELECT (F5)** -valinnalla voi muuttaa tätä valintaa.
 - Lisää havainnollisuutta kuvaan saa valitsemalla **MORE** ja **STYLE (F3)** kautta vielä jonkin tavallisesta viivasta poikkeavan piirtotyylin (esim. peittävä painamalla kolme kertaa **STYLE**).
 - Huomaa, että käytetty x -kirjain on nimenomaisesti pieni x . Laskin antaa tälle muuttujalle automaattisesti arvoja piirtäessään funktiota. Muut muuttujanimet huomioidaan vain vakioarvioina (jotka pitää olla syötetty kuvaajan piirtämisen alkaessa).
 - Samanaikaisesti käytössä voi olla useampia kuvaajia. Valitsemalla funktion syöttötilassa **ENTER** tai nuoli alaspäin voi syöttää toisen funktion ($y2$, $y3$...).



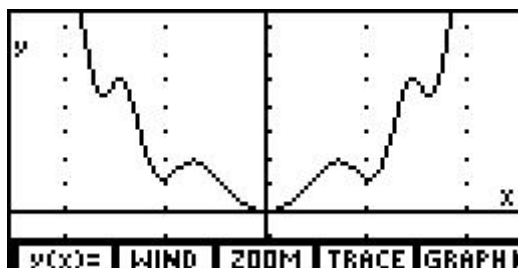
Kuva: Piirrettävän funktion syöttö.

3. Valitse **WIND (2nd M2)**. Syötä seuraavat arvot:
 - leveyssuunta: $xMin = -5$ ja $xMax = 5$
 - koordinaattipisteiden väli leveyssuunnassa: $xScl = 2$
 - korkeussuunta: $yMin = -4$ ja $yMax = 15$
 - koordinaattipisteiden väli korkeussuunnassa: $yScl = 2$



Kuva: Näytön skaalaus.

- Valitse **GRAPH (F5)**. Näytölle pitäisi piirtyä kuvaaja. Tarvittaessa koordinaattipisteet saa päälle valikosta **MORE | FORMT (F3) | GridOn**. Huomaa että koordinaattipisteiden valinnan jälkeen pitää komentaa uudelleen **GRAPH (F5)**. Valikkorivin saa tarvittaessa pois näytöltä valitsemalla piirron jälkeen **CLEAR** -näppäimen. **EXIT** -näppäin palauttaa perustilaan.



Kuva: Kuvaaja.

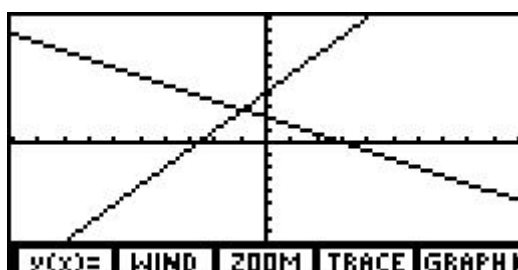
Esimerkki kahden suoran piirtämisestä:

1. Valitse **GRAPH** -näppäin ja sieltä **y(x)= (F1)**
2. Syötetään kohtaan y1 kaava: $2/3x+2$
 Syötetään kohtaan y2 kaava: $3/2x+4$
 - Kohtaan y2 pääsee painamalla **ENTER** tai nuoli alaspäin.



Kuva: Piirrettävän funktion syöttö.

3. Valitse **ZOOM (2nd M3)** ja edelleen **ZSTD (F4)**, joka asettaa näytön koon oletusarvoon. Tämän jälkeen näytölle pitäisi piirtyä kuvaajat peräjälkeen.



Kuva: Kuvaajat.

4.2 Funktion arvot taulukkona

TI-86 opas: *Luku 7: Taulukot, sivu 126*

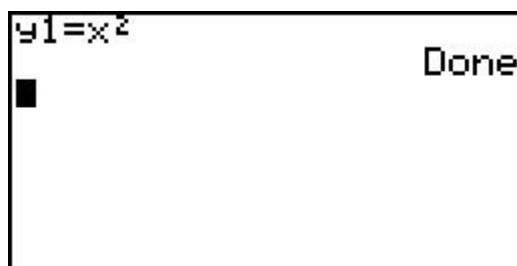
Jos tarvitaan taulukoida jonkin funktion antamia arvoja, laskin osaa taulukoida niitä automaattisesti.

- Taulukkoeditoriin pääsee näppäimellä **TABLE**.
- **TABLE (F1)** vie taulukkonäyttöön
TBLST (F2) vie täyttöasetuksiin
- Oletusarvoisesti taulukko käsittelee graafiseen editoriin syötettyjä funktioita koska se käyttää samoja muuttujia (y_1 , y_2 , ...), mutta taulukkoon voi myös syöttää omia funktioita.

Esim. Oletetaan että tarvitaan funktion $y = x^2$ arvoja $1/4$ -välein alueelta $-5 \dots 5$.

1. Syötetään funktio editointitilassa:

$$y1=x^2$$



Kuva: Tallennetaan funktio muuttujaan.

Huomaa, että jos olet käyttänyt **GRAPH** -puolella $y1$ -muuttujaa kuvaajan piirtämiseen, se korvautuu tässä syötetyllä funktiolla.

2. Valitaan **TABLE: TBLST (F2)**. Näytölle avautuu taulukon määrittämissä.
3. Asetetaan: TblStart= -5 , Tbl= $1/4$, Indpnt: **Auto**



Kuva: Taulukon täytön asetukset. $1/4$ on muuttunut desimaaliarvoksi $.25$

- TblStart ilmoittaa mistä arvosta laskeminen aloitetaan
 - Tbl ilmoittaa laskentavälin
 - Jos Indpnt -kohtaan annetaan arvo Auto, laskin laskee itse arvot ensimmäiseen sarakkeeseen muuttujan arvot. Arvolla Ask laskin odottaa käyttäjän täyttävän ensimmäisen sarakkeen.
4. Valitaan **TABLE (F1)**. Näytölle avautuu taulukko, jonka x -sarakkeessa näkyy x -muuttujan arvot ja $y1$ -sarakkeessa funktion vastaava arvo. Arvoja voi selata nuolinäppäimillä ylös ja alas jolloin saadaan näkyviin kaikki arvot väliltä $-5..5$.

x	y1	
-5	25	
-4.75	22.5625	
-4.5	20.25	
-4.25	18.0625	
-4	16	
-3.75	14.0625	
x= -5		
TBLST	SELCT	x y

Kuva: Taulukko täytettynä.

- Taulukkoon saa samanaikaisesti useampia funktioita tallentamalla niitä muuttujanimille $y2, y3, \dots$

- Taulukossa käytettävää funktiota pääsee muokkaamaan viemällä kursorin kursorinäppäimillä y-sarakkeen otsikkoriviin ja painamalla **ENTER**, minkä jälkeen funktio on muokattavissa. Muokattu funktio tallentuu toisella **ENTER** -näpytyksellä.

X	Y1	
-5	25	
-4.75	22.5625	
-4.5	20.25	
-4.25	18.0625	
-4	16	
-3.75	14.0625	
Y1= X ² -sin X		
TBLST	SELCT	X Y

Kuva: Taulukossa käytettävä funktio muokattavana.

4.3 Funktion käännepisteen etsintä

TI-86 opas: *Luku 6: Interaktiivisten matemaattisten funktioiden käyttö, sivu 109*

Käännepiste on kohta funktion käyrässä, jossa sen kupertuussuunta muuttuu. Tämä voidaan etsiä laskimella seuraavasti

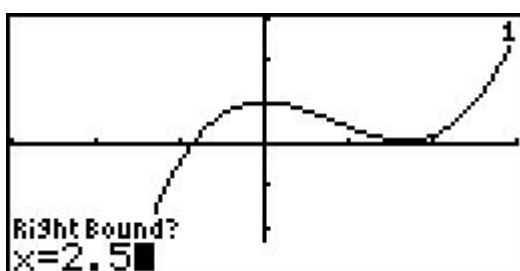
- Syötetään ensin laskimeen tutkittava funktio, esim. $y1 = .4x^3 - x^2 + 1$ (kts. 4.1 *Funktion graafiset kuvaajat s. 44*).



Kuva: Funktion syöttö.

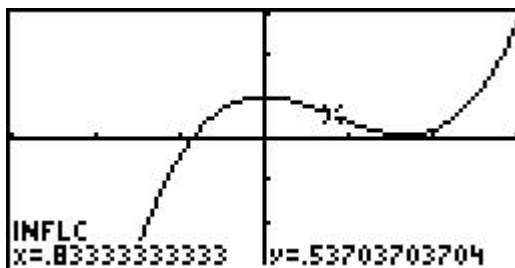
Piirretetään funktio laskimella näytölle. Hyvät näytön skaalausarvot ovat esim. $xMin = -3$, $xMax = 3$, $yMin = -3$, $yMax = 3$.

- Kun kuvaaja on piitynyt näytölle, valitaan: **MORE | MATH (F1) | MORE | INFLC (F1)**.
- Laskin kysyy ensin vasenta rajaa tutkittavalle käyrän osalle. Voit määrittää joko sen liikuttamalla kursoria nuolinäppäimillä tai syöttämällä jonkin lukuarvon suoraan näppäimistöltä. Valitaan nyt $x = 0$ ja painetaan **ENTER**.
- Laskin kysyy oikeata rajaa tutkittavalle käyrän osalle. Tämä määritetään kuten vasen rajakin. Valitaan nyt $x = 2.5$ ja painetaan **ENTER**.



Kuva: Funktion syöttö.

5. Laskin kysyy mahdollista arvausta vastaukselle. Tämän voi halutessaan antaa, mutta sen voi myös ohittaa painamalla **ENTER**.
6. Laskin etsii käyrän käännepesteen ja kertoo sen x- ja y-koordinaatit, jotka tässä tapauksessa ovat $x = .8333333333$ ja $y = .53703703704$.



Kuva: Funktion käännekohta.

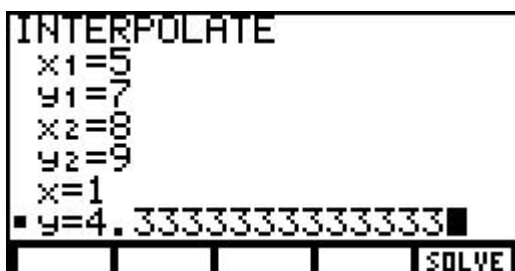
7. Grafiikkavalikkoon pääsee takaisin valitsemalla **GRAPH**.

4.4 Inter-/ekstrapolointi

TI-86 opas: *Luku 3: Interpolointi-/ekstrapolointieditori, sivu 59*

Lineaarisen suoran arvoja voidaan laskea kun tiedetään suoralta kahden pisteen koordinaatit sekä halutun pisteen x- tai y-arvo.

1. Valitse **2nd MATH: MORE | INTER (F1)**. Näytölle avautuu interpolointieditori. Näytölle syötetään ensin tunnettujen pisteiden koordinaatit ($x1, y1, x2, y2$). Esim. syötetään $x1 = 5$, $y1 = 7$, $x2 = 8$, $y2 = 9$.
2. Syötetään halutun pisteen tunnettu x- tai y -arvo ja viedään kohdistin sitten tuntemattoman arvon kohdalle. Jos tuntemattoman arvon kohdalla on jokin luku, sen voi poistaa **CLEAR**-näppäimellä. Esim. syötetään $x = 1$ ja viedään kohdistin kohtaan y.
3. Valitaan: **SOLVE (F5)**. Saatua tulos merkitään arvon kohdalle tulevalle neliömerkillä. Esimerkitapauksessa $y = 4.33333333333333$.



Kuva: Interpoloinnin tulos.

4. **EXIT**-näppäin päättää editorin käytön.

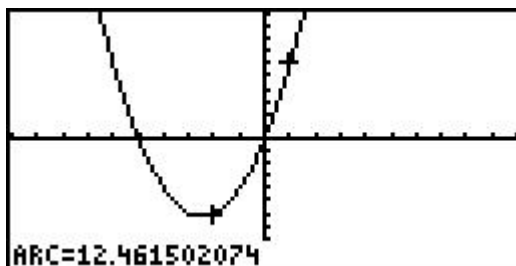
4.5 Funktion kaaren osan pituus

TI-86 opas: *Luku 6: Interaktiivisten matemaattisten funktioiden käyttö, sivu 109*

Piirretyn funktion jonkin kaaren osan pituuden saa graafisen tilan toiminnolla **MATH (F1) | MORE | ARC (F5)**. Tällöin valitaan ensin vasen piste funktion kuvaajalta joko kursorinäppäimillä tai syöttämällä numeroarvo. **ENTER**in painalluksen jälkeen valitaan oikea piste funktion kuvaajalta. Toisen **ENTER**in painalluksen jälkeen laskin kertoo valitun osan pituuden.

Esim. Funktion $y = x^2 + 5x$ kaaren pituus välillä $x=-2$ ja $x=1$.

1. Syötetään perustilassa **y1=x²+5x** ja **ENTER**.
2. Valitaan **GRAPH: MORE | MATH (F1) | MORE | ARC (F5)**. Laskin piirtää ensin näytölle funktion kuvaajan.
3. Syötetään näppäimistöä **-2** ja **ENTER**.
4. Syötetään näppäimistöä **1** ja **ENTER**. Laskin laskee kaaren pituuden ja ilmoittaa sen näytössä: **ARC=12.461502074**.



Kuva: Kaaren osan pituus.

5. Grafiikkavalikkoon pääsee takaisin valitsemalla **GRAPH** tai **EXIT**.

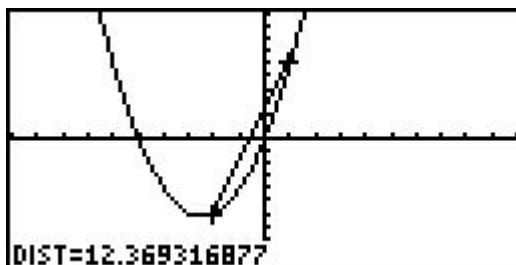
4.6 Funktion kuvaajan kahden pisteen välinen suora etäisyys

TI-86 opas: *Luku 6: Interaktiivisten matemaattisten funktioiden käyttö, sivu 109*

Piirretyn funktion kahden pisteen välisen etäisyyden saa graafisen tilan toiminnolla **MATH (F1) | MORE | DIST (F5)**. Tällöin valitaan ensin vasen piste funktion kuvaajalta joko kursorinäppäimillä tai syöttämällä numeroarvo. **ENTER**in painalluksen jälkeen valitaan oikea piste funktion kuvaajalta. Toisen **ENTER**in painalluksen jälkeen laskin kertoo valittujen pisteiden etäisyyden toisistaan.

Esim. Funktion $y = x^2 + 5x$ kaaren pituus välillä $x=-2$ ja $x=1$.

1. Syötetään perustilassa **y1=x²+5x** ja **ENTER**.
2. Valitaan **GRAPH: MORE | MATH (F1) | MORE | DIST (F5)**. Laskin piirtää ensin näytölle funktion kuvaajan.
3. Syötetään näppäimistöä **-2** ja **ENTER**.
4. Syötetään näppäimistöä **1** ja **ENTER**. Laskin laskee kaaren pituuden ja ilmoittaa sen näytössä: **DIST=12.369316877**.



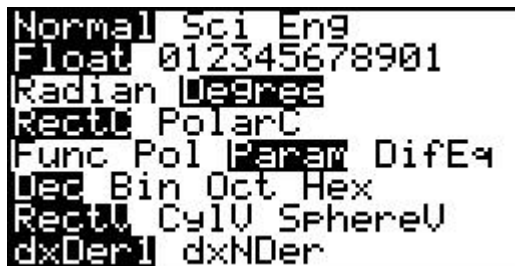
Kuva: Kaaren kahden pisteen välinen etäisyys.

5. Grafiikkavalikkoon pääsee takaisin valitsemalla **GRAPH** tai **EXIT**.

4.7 Parametrimuotoisen funktion piirtäminen

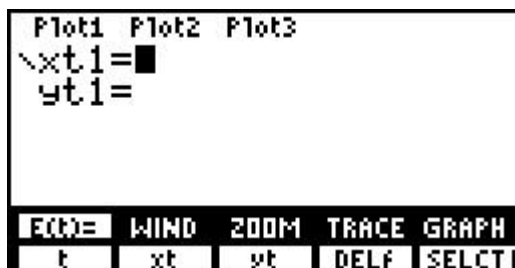
TI-86 opas: *Luku 9: Parametriseen kuvaajan määrittäminen, sivu 142*

Parametrimuotoinen funktio saadaan piirrettyä laskimeen muuttamalla laskin parametriseen piirrotilaan valitsemalla **2nd MODE** ja siirtämällä viidennen rivin valinta kohtaan **Param**.



Kuva: Parametrimuotoisen funktion tila-asetus.

Tämän jälkeen siirryttäessä grafiikkatilan funktioiden syöttöön **GRAPH: E(t)= (F1)** kutakin kuvaajaa varten on kaksi funktioriviä, x_{t1} ja y_{t1} . Laskumuuttujana on nyt t , joka löytyy funktioita syötettäessä funktionäppäimestä **F1**.



Kuva: Parametrimuotoisen funktion syöttötila.

Esim. Paikan koordinaatit ajan suhteen riippuvat funktioista $x = 2t$ ja $y = t - 5t^2$. Mitkä ovat ajan hetkien $t=1$ ja $t=3$ välisen kaaren pituus?

1. Muutetaan laskin parametriseen tilaan: **2nd MODE** ja valitaan kohta **Param**. Poistutaan asetuksista **EXIT** -näppäimellä.
2. Siirrytään funktioiden syöttötilaan valitsemalla: **GRAPH: E(t)= (F1)**.
3. Syötetään kohtaan $x_{t1} = 2t$ ja painetaan **ENTER**.
4. Syötetään kohtaan $y_{t1} = t - 5t^2$.



Kuva: Parametriefunktion koordinaattifunktiot.

5. Piirretään funktio standardikokoiselle näytölle valitsemalla **ZOOM (2nd M3) | ZSTD (F4)**. Tuloksena on jyrkästi alas lähtevä käyrä.
6. Korjataan näytön asetuksia valitsemalla **WIND (F2)** ja syötetään seuraavat arvot:
 $t_{Min} = 0$, $t_{Max} = 3$, $t_{Step} = .5$, $x_{Min} = 0$, $x_{Max} = 2 \cdot 3.1$,
 $x_{Scl} = 1$, $y_{Min} = 3.1 - 5 \cdot 3.1^2$, $y_{Max} = 0$.

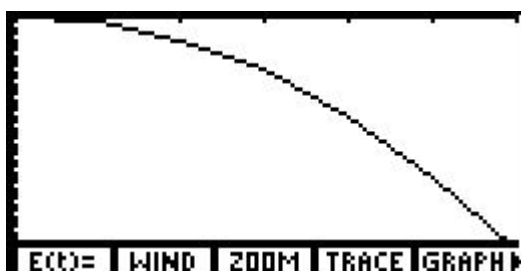
Kohdassa x_{Max} = syötetty xt -muuttujan funktion mukainen lasku antaa tulokseksi 6.2. Korjataan tämä arvoksi 6.

Kohdassa y_{Min} = syötetty yt -muuttujan funktion mukainen lasku antaa tulokseksi -44.95. Korjataan tämä arvoksi -45.



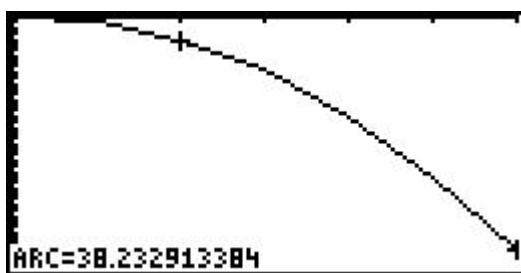
Kuva: Ikkunan asetukset.

7. Valitaan **GRAPH (F5)**, jolloin laskin piirtää funktion kuvaajan näyttöön.



Kuva: Kuvaaja.

8. Mitataan kaaren osan pituus valitsemalla **MORE | MATH (F1) | ARC (F5)**.
9. Syötetään näppäimistöä arvo 1 ja painetaan **ENTER**.
10. Syötetään näppäimistöä arvo 3 ja painetaan **ENTER**.
11. Laskin laskee kaaren pituudeksi 38.232913384.



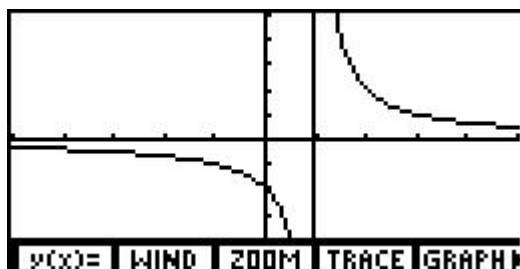
Kuva: Kaaren pituus.

- Laskun jälkeen kannattaa muistaa vaihtaa laskimen tila jälleen alkuperäiseen, eli **2nd MODE** ja valitaan viidenneltä riviltä kohta **Func**.

4.8 Ei-jatkuva funktio

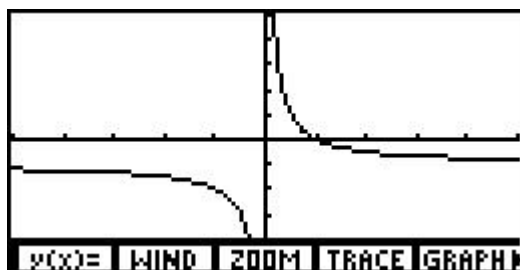
Ei-jatkuvan funktion ei-jatkuva kohta ja asymptootti voi tulla näkyviin laskimen näytölle näytön halkaisevana suorana. Tämä suora ei sinällään merkitse mitään eikä siitä tarvitse välittää. Toki sillä näkee kohtuullisen tarkasti funktion navan (eli nimittäjän nollakohdan).

Esim. funktio $y_1=2/(x-1)$ tuottaa seuraavan kuvaajan:



Kuva: Näytön halkaiseva asymptoottisuora.

Esim. funktio $y_1=1/x-1$ tuottaa seuraavan kuvaajan:



Kuva: Asymptoottisuora ei näy.

4.9 Eksponenttifunktiot

Eksponenttifunktioiden syöttö, ratkaisut ja piirtäminen eivät eroa muiden funktiotyyppien toimista muussa kuin että x -muuttuja on funktion potenssissa.

Neperin luvun (e) kompleksiset potenssit näyttävät tuottavan laskimessa välillä nol-
lasta poikkeavia arvoja, vaikka tulos tosiasiallisesti olisi täsmälleen nolla. Esim.
 $e^{(0, -1) * 3\pi / 2}$ tuottaa vastaukseksi kompleksiluvun $(1E-13, -1)$. Vas-
tauksen reaali-osa pitäisi kuitenkin olla nolla, eli tässä tapauksessa käyttäjän pitää
olla tarkkana ja tulkita vastaus oikein.

Esim. Piirrä RC-piirin muutos kondensaattorin jännittäessä ajan suhteen kun kondensaattorin jännite on alussa 10V komponenttiarvoilla $R = 1$ ohm ja $C = 1$ mikro-F. Määritä millä ajan hetkellä $V = 0$.

Kaavat: Jännitteen muutos ajan suhteen funktiona kun

- kun $t < 0$ niin $v = V$
- kun $t \geq 0$ niin $v = V e^{-t/RC}$
- aikavakio $RC = 1 \text{ V/A} \times 1 \text{ mikro-As/V} = 1 \text{ mikro-s (ohm/mikro-F = mikro-s)} = 1^{-6}\text{s}$

1. Siirrytään funktion syöttötilaan valitsemalla **GRAPH: y(x)= (F1)**.
2. Syötetään kuvaajafunktio johon on sijoitettu aikavakio: $y1 = 10 e^{(-x/1E-6)}$



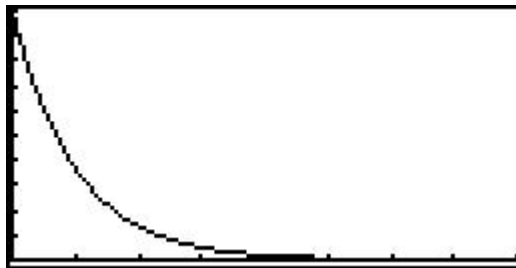
Kuva: Kaavan syöttö. Huomaa että e^{\wedge} saadaan näppäilyllä **2nd e^x** .

3. Mukautetaan näytön alue valitsemalla **WIND (2nd M2)** ja syöttämällä
 $xMin = 0$, $xMax = 8E-6$, $xScl = 1E-6$, $yMin = -1$
 $yMax = 10$, $yScl = 1$, $xRes = 1$



Kuva: Näytön asetukset.

4. Piirretään kuvaaja valitsemalla **GRAPH (F5)**.



Kuva: Kuvaaja.

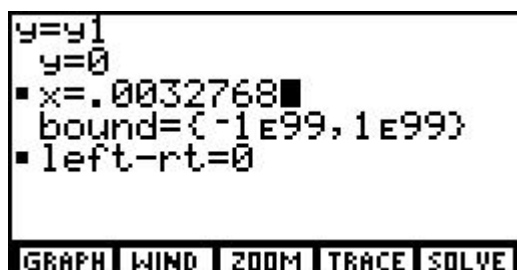
Normaalitilaan pääsee **EXIT** -näppäimellä.

5. Jännitteen nollakohta ($V = 0$) voidaan helpoiten saada käyttämällä kuvaajan piirron jälkeen ratkaisinta. Normaalitilassa valitaan **2nd SOLVER** ja syötetään kaava: $y=y1$.



Kuva: Ratkaisimen kaava.

6. Tämän jälkeen syötetään $y = 0$, viedään kursori kohtaan $x =$ ja valitaan **SOLVE (F5)**.
7. Laskin saa nollakohdaksi $.0032768$, eli $t = 3,2768^{-3}$ s.



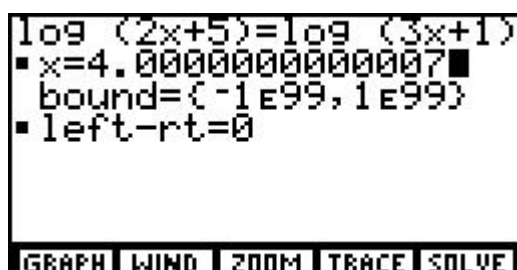
Kuva: Nollakohta.

4.10 Logaritmifunktiot

Logaritmifunktioiden syöttö, ratkaisut ja piirtäminen eivät eroa muiden funktiotyyppien toimista muussa kuin että käytössä on joko 10-kantainen logaritmi LOG tai luonnollinen logaritmi LN. Laskimessa on käytettävissä vain logaritmikanta 10 ja logaritmiyhtälöiden symbolista ratkaisua ei ole.

Esim. Millä x :n arvolla $\lg(2x + 5) = \lg(3x + 1)$?

1. Valitaan ratkaisin: **2nd SOLVER**
2. Syötetään ratkaistava yhtälö: **log (2x+5)=log (3x+1)** ja painetaan **ENTER**.
3. Viedään kursori kohtaan $x=$ ja tyhjennetään se tarvittaessa **CLEAR** -näppäimellä. Valitaan **SOLVE (F5)**.
4. Vastaukseksi tulee 4.00000000000007. Oikea vastaus on 4. Laskimen antama desimaaliluku johtuu sen käyttämästä numeerisesta ratkaisutavasta.



Kuva: Ratkaisu.

5 Derivaatta ja integraali

Vaikka TI-86 pystyykin laskemaan derivaattojen ja integraalien arvoja, se ei pysty symboliseen laskentaan. Näin ollen lauseiden derivointi ja integrointi jää edelleen käyttäjän harteille.

5.1 Numeerinen derivointi

TI-86 opas: *Luku 3: CALC (integraalifunktiot) -valikko, sivu 60*

Laskin pystyy derivoimaan numeerisesti toimintojen **2nd CALC**:

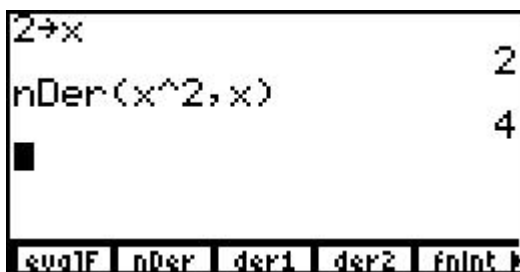
- Lausekkeen likiarvoinen derivaatta (sekanttiiviivan kulmakerroin): **nDer (F2)**
- Lausekkeen ensimmäinen derivaatta: **der1 (F3)**
- Lausekkeen toinen derivaatta: **der2 (F4)**

Kukin toiminto toimii samalla logiikalla. Kullekin pitää antaa parametreiksi pilkulla erotettuna vähintään derivoitava lauseke ja derivoitava muuttuja. Lisäksi voi antaa vielä arvon, jolla derivointi lasketaan. Jos tätä viimeistä arvoa ei anneta, toiminto yrittää käyttää sillä hetkellä muuttujalle tallennettua arvoa.

Eli jos tiedetään funktio eikä sen derivaatan kaavaa tarvita, voi **CALC** -valikon funktioilla hakea sille derivaatan arvoja. Funktioista löytyy muutamia esimerkkejä ohjekirjasta.

Laske funktion x^2 ensimmäisen derivaatan arvokun $x=2$.

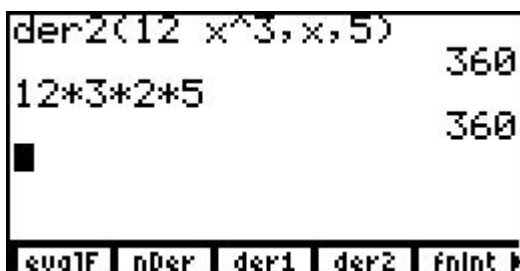
1. Syötä: **2 STO-> x-VAR** (tallenna arvo 2 muuttujaan x)
2. Valitse **2nd CALC: nDer (F2)**. Näytölle tulee $nDer ($ ja laskin jää odottamaan syöttöä.
3. Syötä: **x^2, x**
Eli lasketaan derivaatta x^2 x :n suhteen; näytöllä on nyt: $nDer (x^2, x)$. Paina **ENTER**.
4. Tulokseksi tulee 4, eli derivaatan arvo laskettuna aiemmin tallennetusta x :n arvosta ($2x$).



Kuva: Ensimmäisen derivaatan arvon laskeminen.

Esim. Laske funktion $12x^3$ toisen derivaatan arvo, kun $x=5$.

1. Syötetään **2nd CALC: der2 (F3)**, jolloin näytölle tulee: $der1 ($
2. Täydennetään toiminto kirjoittamalla: **$12x^3, x, 5$**
3. Painetaan **ENTER**, jolloin laskin laskee toisen derivaatan arvon ja vastaukseksi saadaan 360. Sama tulos saadaan, jos lasketaan funktion toinen derivaatta: **$12*3*2*5$** ($72x$) ja painetaan **ENTER**.



Kuva: Toisen derivaatan arvon laskeminen.

5.2 Numeerinen derivointi piirretystä funktiosta

TI-86 opas: *Luku 6: Interaktiivisten matemaattisten funktioiden käyttö, sivu 109*

Laskimen graafisessa tilassa on myös piirretyn funktion derivointi. Tämä löytyy **GRAPH** -näppäimen valikosta valitsemalla **MORE | MATH (F1) | dy/dx (F2)**. Kun toiminto on valittu, ohjataan kursori kursorinäppäimillä haluttuun kohtaan funktion käyrää ja painetaan **ENTER**. Laskin ilmoittaa tällöin kyseisen kohdan derivaatan. Valittava kohta voidaan myös syöttää näppäimistöä.

Esim. Hae funktion $2^{(x-2)} + 1$ derivaatan arvo kun $x=3$.

1. Valitaan **GRAPH: y(x)= (F1)** ja syötetään funktio: $2^{(x-2)} + 1$



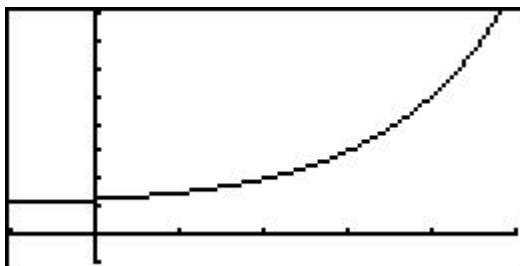
Kuva: Derivoitavan funktion syöttäminen.

2. Valitaan sopiva näkymä valitsemalla: **2nd WIND (M2)** ja syötetään arvot:
 $x_{\text{Min}} = -1$, $x_{\text{Max}} = 5$, $x_{\text{Scl}} = 1$, $y_{\text{Min}} = -1$, $y_{\text{Max}} = 8$, $y_{\text{Scl}} = 1$, $x_{\text{Res}} = 1$



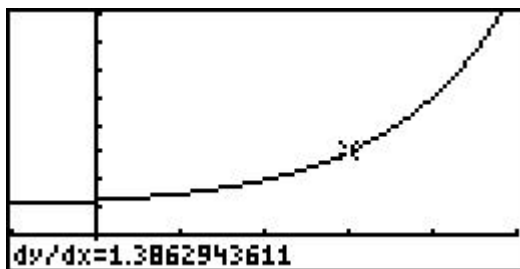
Kuva: Näytön asetukset.

3. Valitaan **GRAPH (F5)** ja näytölle piirtyy funktion kuvaaja.



Kuva: Näytön asetukset.

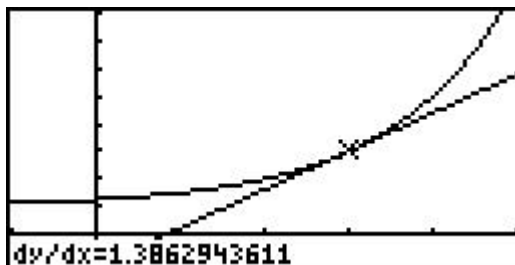
4. Valitaan **GRAPH: MORE | MATH (F1) | dy/dx (F2)**. Näytölle tulee kursori ja näytön alalaitaan $x:n$ ja $y:n$ arvot. Nyt voit joko siirtää kursorin kursorinäppäimellä oikealle kunnes x saa arvon 3 ja painaa **ENTER**, tai syöttää suoraan: **3** ja **ENTER**.
5. Laskin ilmoittaa derivaataksi $dy/dx = 1.3862943611$.



Kuva: Derivaatta.

6. Valikkoon pääsee takaisin valitsemalla **GRAPH** -näppäimen.

- Huomaa, että samaan tulokseen pääsee nyt myös numeerisella derivoinnilla: **nDer (y1,x,3)** tai **der1 (y1,x,3)**. Vain desimaaleissa löytyy hieman heittoa (eli toiminnoissa käytetään graafisella puolella $y/$ -muuttujaan syötettyä funktiota).
- Graafiseen näyttöön saa myös vastauksen ohella tangenttiviivan valitsemalla kohdassa 4. **GRAPH: MORE | MATH (F1) | MORE | MORE | TANLN (F1)**. Tällöin tutkittavan kohdan voi valita vastaavasti kursorinäppäimillä tai syöttää suoraan.



Kuva: Derivaatta ja tangentti.

5.3 Parametrimuotoisen funktion derivointi

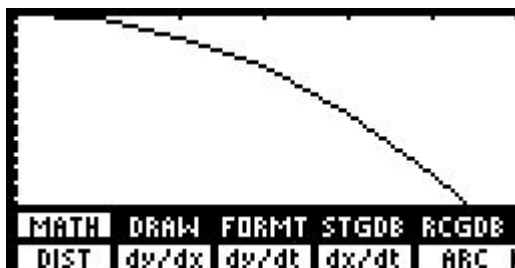
TI-86 opas: *Luku 9: GRAPH MATH -valikko, sivu 147*

TI-86 käyttö: 5.2 Numeerinen derivointi piirretystä funktiosta (s. 56)

TI-86 käyttö: 4.7 Parametrimuotoisen funktion piirtäminen (s.51)

Kun haluttu funktio on saatu syötettyä ja piirrettyä laskimeen, käyrästä voidaan ottaa kolme erilaista derivaattaa **GRAPH: MORE | MATH (F1)** -valinnan kautta:

- **dy/dx (F2)** palauttaa y :n derivaatan jaettuna x :n derivaatalla.
- **dy/dt (F3)** palauttaa y -yhtälön derivaatan pisteen t suhteen.
- **dx/dt (F4)** palauttaa x -yhtälön derivaatan pisteen t suhteen.



Kuva: Derivointitoiminnot.

Toiminnot toimivat vastaavasti kuin tavanomaisen piirtotilan derivointi.

5.4 Numeerinen määrätty integrointi

TI-86 opas: *Luku 3: CALC (integraalifunktiot) -valikko, sivu 60*

Tässä laskimessa ei ole symbolista laskentaa, eli integrointi onnistuu vain numeerisesti määrättyllä välillä. Laskin ei esim. integroi x^2 :a (mikä olisi $x^3/3$). Määrätty integrointifunktio löytyy näppäilyllä **2nd CALC: fnInt (F5)**. Toiminnot annetaan parametreiksi pilkulla erotettuna:

1. integroitava funktio
2. muuttuja, jonka suhteen integroidaan

3. alaraja

4. yläraja

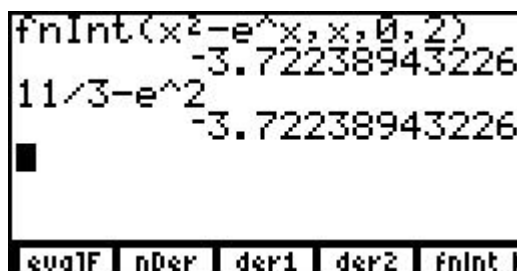
Esim. Integroi $x^2 - e^x$ välillä $[0,2]$.

1. Valitaan **2nd CALC: fnInt (F5)**.

2. Kirjoitetaan toiminnolle sen vaatimat parametrit: $x^2 - e^x, x, 0, 2$

Huomaa: x^2 saadaan **x^2** ja e^x saadaan **2nd e^x** .

3. Lisätään toiminnon loppuun sulje ja painetaan **ENTER**. Laskin ilmoittaa tulokseksi -3.72238943226 , mikä on desimaalisena sama kuin käsin laskettuna saatu tulos $11/3 - e^2$.



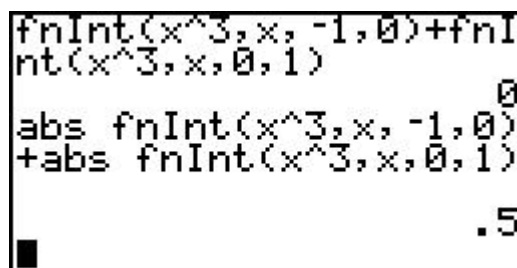
Kuva: Integroinnin tulos.

Jos etsitään funktion rajaaman alueen kokonaispinta-alaa, kannattaa muistaa että esim. **fnInt($x^3, x, -1, 1$)** tuottaa vastaukseksi nollan, koska x-akselin ylä- ja alapuolinen osa ovat yhtä suuria. Tässä tapauksessa laskin vähentää positiivisesta alueesta negatiivisen alueen, jolloin tulos on tavoitetta ajatellen pielessä (mikä esimerkiksi on $0,5$). Jos integroitavan funktion käyttäytyminen on epävarmaa, sen kuvaaja kannattaa etukäteen piirtää (s. 44) laskimella ennen integrointia.

Kokonaispinta-alan saa laskettua jakamalla integroitava alueen kahteen (tai useampaan) osaan nol-lakohdasta (tai -ista) ja laskemalla niiden itseisarvot yhteen:

abs fnInt($x^3, x, -1, 0$) + abs fnInt($x^3, x, 0, 1$)

(abs löytyy **2nd MATH: NUM (F1) | abs (F5)**, kun sitä käytetään molemmissa tapauksissa ei tarvitse miettiä kumpi vaihtoehtoista on negatiivinen).



Kuva: Itseisarvon käyttö integraalin pinta-alan laskemisessa.

Ilman itseisarvon käyttöä tulos olisi edelleen pielessä; toinen vaihtoehto on käyttää vähennyslas-kua, jolloin negatiivinen tulos on erikseen käännettävä laskun jälkeen positiiviseksi. Graafisen in-tegroidin puolella ylä- ja alarajat pitää valita samalla periaatteella.

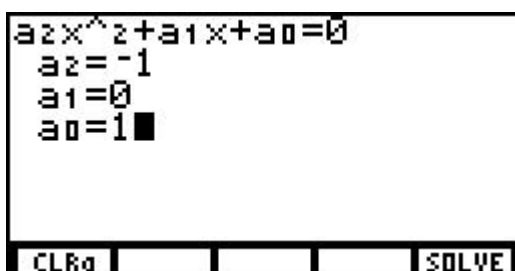
5.5 Numeerinen määrätty integrointi graafisesta kuvaajasta

TI-86 opas: *Luku 6: Interaktiivisten matemaattisten funktioiden käyttö, sivu 109*

Laskimen graafisessa tilassa on myös piirretyn funktion integrointiominaisuus. Tämä löytyy **GRAPH** -näppäimen valikosta valitsemalla **MORE | MATH (F1) | Sf(x) (F3)**. Kun toiminto on valittu, ohjataan kursori kursorinäppäimillä pitkin funktion käyrää integroinnin alarajalle ja painetaan **ENTER**. Tämä jälkeen kuljetetaan kursori kursorinäppäimillä integroinnin ylärajalle ja painetaan **ENTER**. Laskin värjää laskettavan alueen laskun edistytessä ja lopuksi ilmoittaa saadun tuloksen. Valittavat kohdat voidaan myös syöttää näppäimistöä.

Esim. Laske käyrän $y = 1 - x^2$ ja x-akselin väliin jäävän alueen pinta-ala.

1. Selvitetään ensin funktion nollakohdat polynomin juurten ratkaisimella. Valitaan **2nd POLY**, syötetään asteeksi $\text{poly} = 2$ ja astekertoimiksi: $a_2 = -1$, $a_1 = 0$, $a_0 = 1$ ja valitaan **SOLVE (F5)**.

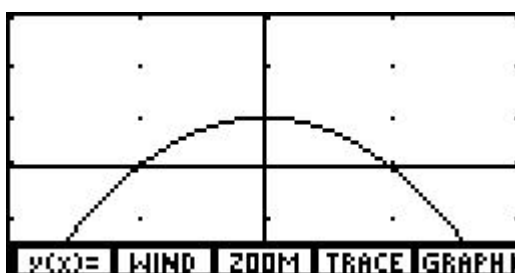


Kuva: Funktion kertoimien syöttö.

Laskin kertoo nollakohdiksi 1 ja -1.

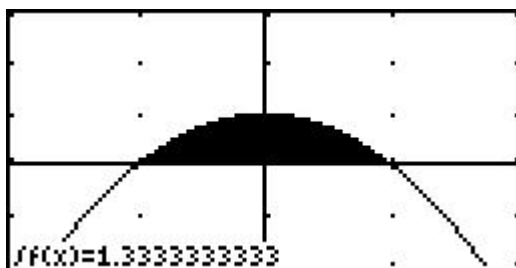
Poistutaan ratkaisimesta **EXIT** -näppäimellä.

2. Piirretään käyrä. Valitaan **GRAPH: y(x)= (F1)** ja syötetään $y1 = 1 - x^2$.
3. Mukautetaan näytön alue valitsemalla **WIND (2nd M2)** ja syötetään $x\text{Min} = -2$, $x\text{Max} = 2$, $x\text{Scl} = 1$, $y\text{Min} = -2$, $y\text{Max} = 3$, $y\text{Scl} = 1$, $x\text{Res} = 1$
4. Valitaan **GRAPH (F5)** ja näytölle piirtyy funktion kuvaaja.



Kuva: Kuvaaja.

5. Valitaan **MORE | MATH (F1) | Sf(x) (F3)**. Laskin kysyy ensin alarajaa. Se voidaan hakea joko liikuttelemalla kursorinäppäintä kuvaajaa pitkin tai syöttämällä suoraan näppäimistöstä -1 ja valitaan **ENTER**.
6. Laskin pyytää ylärajaa. Syötetään näppäimistöstä 1 ja valitaan **ENTER**.
7. Laskin värittää alueen ja ilmoittaa lopuksi sen pinta-alan, joksi tulee $1.3333 \dots$



Kuva: Integroitu alue ja sen pinta-ala.

8. Saadun pinta-alan saa tallennettua muuttujaan valitsemalla **STO->** -näppäimen, syöttämällä halutun muuttujanimen, esim. **A** ja painamalla **ENTER**.
- Tarvittaessa vastausta voi yrittää muuttaa murtoluvuksi joka on tässä tapauksessa $4/3$.



Kuva: Pinta-alan tallennus ja muutos murtoluvuksi.

6 Käyttöesimerkkejä

6.1 Yhtälön käyttäminen Newtonin menetelmässä

Kts. myös: 2.4.1 Yhtälön arvon laskeminen (s. 18) ja 2.4.2 Yhtälön ratkaisu (s. 19).

Newtonin menetelmässä funktion nollakohtaa haetaan etsimällä sen tangentin nollakohtaa (nopeimmin nollakohta löytyy laskimella tietysti käyttäen ratkaisinta) Jos kuitenkin halutaan käyttää nimenomaisesti Newtonin menetelmää, tässä voidaan soveltaa muuttujiin syötettäviä yhtälöitä seuraavasti:

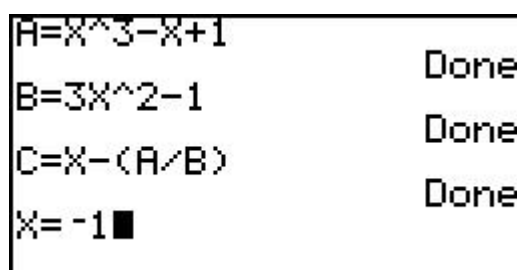
1. Alkuperäinen funktio: $f(x) = x^3 - x + 1$
2. Sen derivaatta: $f'(x) = 3x^2 - 1$
3. Newtonin kaava: $x_{n+1} = x_n - \frac{f(x_n)}{f'(x_n)}$
4. Lähtöarvo: $x_n = -1$

Syötetään laskimeen yllä olevat kaavat siten, että

1. on muuttuja A,
2. on B ja
3. on C,
- lähtöarvo kohdasta 4. talletetaan X -muuttujaan.

Ts. syötetään laskimeen rivit:

1. **A=X^3-X+1**
2. **B=3X^2-1**
3. **C=X-(A/B)**
4. **X=-1**



Kuva: Muuttujien syöttö laskimeen.

- A ja = löytyvät **ALPHA** -näppäimen kautta.
- Kunkin rivin loppuun annetaan **ENTER**.
- Ison X-kirjaimen sijasta voi käyttää jotain muuta kirjainta, kunhan se ei ole A, B tai C. Yksi valmis muuttuja (pieni x) löytyy suoraan **x-VAR** -näppäimestä.
- 2. kohdassa 3X tarkoittaa laskimen kielessä 3 kertaa X; tämän voi kirjoittaa myös **3*X**.
- 4. kohdassa tallennetaan lähtöarvo muuttujaan X.

Etsitään nollakohtaa esim. kahden desimaalin tarkkuudella:

1. Katsotaan mikä on tältä kierrokselta saatu tulos syöttämällä laskimeen: **ALPHA C** ja sitten **ENTER**, mikä tulostaa ensimmäiseksi arvoksi -1.5 ; laskin laskee yhtälöt A ja B osana yhtälön C laskua käyttäen tallennettua X -muuttujan arvoa.
2. Tallennetaan saatu tulos takaisin X -muuttujaan (ja kirjataan myös paperille), eli näppäillään heti laskimelle **STO-> X** ja **ENTER**.

C=X-(A/B)	Done
X= -1	Done
C	Done
Ans→X	-1.5

Kuva: Funktioiden laskettaminen ja tuloksen tallennus.

3. Palataan kohtaan 1. kunnes vähintään kaksi saatua C:n arvoa on kahden desimaalin tarkkuudella sama.

Tässä esimerkissä kahden desimaalin tarkkuuden pitäisi toteutua neljännen syötön jälkeen, jolloin arvo on $-1.3247\dots$ mikä on noin $-1,33$. Tämä täsmää myös tätä edeltävän pyöristykseen $-1.3252\dots$

C	-1.34782608696
Ans→X	-1.32520039895
C	-1.32520039895
C	-1.324718174

Kuva: Tavoiteltu tarkkuus.

Haluttaessa (etenkin jos tehdään paperille taulukkoa) alkuperäisen funktion ja sen derivaatan arvot saadaan näkyville X:n arvon syötön jälkeen komentamalla erikseen A ja B (molemmille **ENTER**).

Kolmen funktion käyttäminen ei tietenkään ole tarpeellista, tässä se tehtiin esimerkin vuoksi. Lisäksi isompien funktioiden jakaminen tekee niistä helpommin ymmärrettäviä ja vähemmän virhealttiita.

Tehtävän olisi voinut myös ratkaista vastaavalla tavalla syöttämällä:

$$C=X-(X^3-X+1)/(3X^2-1).$$

Tällöin ei tietenkään saataisi esille funktion ja sen derivaatan arvoja.

6.2 Lineaarisen (suoran) yhtälön kaavan ratkaiseminen

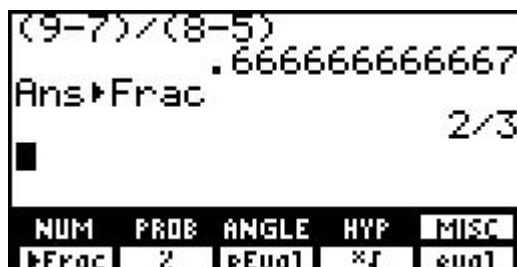
Kts. myös: 4.4 Inter-/ekstrapolointi (s. 49) ja 4.1 Funktion graafiset kuvaajat (s. 44).

Oletetaan, että tiedetään suorasta kaksi pistettä (x, y): (5, 7) ja (8, 9).

- Kulmakerroin saadaan vähentämällä pisteiden x- ja y-arvot toisistaan: $k = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$
- Piste nollakohdassa saadaan interpoloimalla.

Haetaan kaava:

- Lasketaan laskimella kulmakerroin syöttämällä: **(9-7)/(8-5)** ja **ENTER**. Tämä tuottaa tulokseksi: .666666666667.
- Testataan saadaanko desimaalista murtolukua:
2nd MATH: MISC (F5) | MORE | >Frac (F1).
Laskin antaa vastaukseksi tässä tapauksessa: 2/3.



Kuva: Kulmakertoimen laskeminen.

- Tarkistetaan suoran tila nollakohdassa interpoloimalla: **2nd MATH: MORE | INTER (F1)**.
Syötetään tunnettujen pisteiden arvot editoriin:
 $x_1 = 5, y_1 = 7, x_2 = 8, y_2 = 9$.
- Syötetään x:n kohdalle nollakohta: $x = 0$ ja siirretään tämän jälkeen kohdistin kohtaan $y =$ ja valitaan **SOLVE (F5)**. Y:n arvoksi saadaan 3.666666666666.



Kuva: Suoran arvo nollakohdassa.

- Suoran yhtälöksi saadaan näin $\frac{2}{3}x + 3.6667$.
- Suoran voi piirtää valitsemalla **GRAPH: y(x)= (F1)** ja syöttämällä y_1 -kuvaajan funktioksi yllä saadun kaavan: **(2/3)x + 3.6667**. Tämän jälkeen valitaan **EXIT** ja **GRAPH (F5)**.

6.3 Funktio ja sen kuvaaja havaintotiedoista

Jos meillä on esim. joukko mittaustietoja, voimme yrittää muodostaa niitä kuvaavan funktion ja kuvaajan laskimen tilastotoimintojen avulla. Tämä esimerkin tekoon löytyi alunperin vinkkejä sivulta <http://www.emba.uvm.edu/~read/TI86/data.html>.

Taulukko: Mittauksesta saatu x- ja y-pisteiden sarja

x	y
1.50	1.10
2.10	2.05
3.50	3.85
4.15	8.90
5.05	16.50
6.30	31.10

6.3.1 Tietojen syöttö laskimeen

TI-86 opas: *Luku 11: Joukkoeditori, sivu 177*

1. Valitaan joukkoeditori: **2nd STAT: EDIT (F2)**
2. Syötetään x-arvot sarakkeeseen xStat ja y-arvot sarakkeeseen yStat. Sarakkeeseen fStat syötetään kullekin kohdalle 1 (eli kukin rivi sisältää vain yhden havaintopisteen).

xStat	yStat	fStat
2.1	2.05	1
3.5	3.85	1
4.15	8.9	1
5.05	16.5	1
6.3	31.1	1
fStat(?) =		
{	}	NAMES " OPS

Kuva: Havaintotietojen syöttö.

3. Poistutaan editorista **EXIT** -painikkeella.

6.3.2 Todennäköisen käyrän arviointi havaintopisteistä

1. Siirrytään piirtotilaan: **GRAPH: y(x)= (F1)**. Siirretään kursori näytön yläreunaan (nuoli ylöspäin) kohtaan Plot1 ja painetaan **ENTER** - valittuna oleva kohta muuttuu tällöin käänteiseksi. Jos näytöllä on funktiorivejä (y_1 , y_2 , ...), ne voi olla tässä vaiheessa parempi poistaa (siirrytään kohdalle ja valitaan **CLEAR**) tai ainakin kytkeä pois päältä (siirrytään kohdalle ja valitaan **SELCT (F5)** kunnes funktio ei ole valittuna).

Plot1	Plot2	Plot3
$y_1 =$		
W(X)=	WIND	ZOOM
x	y	INSE
		DELE
		SELCT

Kuva: Tilastografiikan valinta.

2. Valitaan **EXIT** ja **GRAPH (F5)**. Näytölle pitäisi tulla näkyviin syötetyn joukon pisteet. Tarvittaessa kaikki pisteet saadaan näkyviin valitsemalla **ZOOM (F3) | MORE | ZDATA (F5)**. Valikon saa pois näytöltä painamalla kerran **CLEAR**.
3. Pistejoukko näyttäisi muodostavan jokseenkin kaarevasti nousevan käyrän mikä viittaisi eksponentiaaliseen funktioon.



Kuva: Havaintopisteet.

4. Valitaan **GRAPH: y(x)= (F1)** ja lisätään funktionriville: **2nd STAT: VARS (F5) | MORE | MORE | RegEq (F2)**. Tällöin laskin piirtää myöhemmässä vaiheessa graafiselle näytölle tilastopuolella muodostetun funktion.



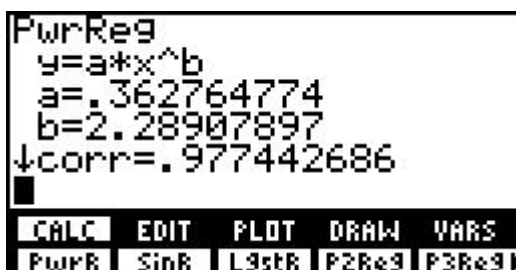
Kuva: Tilastomuuttujan osoittaminen piirrettäväksi funktioksi.

5. Siirrytään perustilaan napauttamalla kolme kertaa **EXIT**.

6.3.3 Sopivan käyrämuodon haku funktiolle

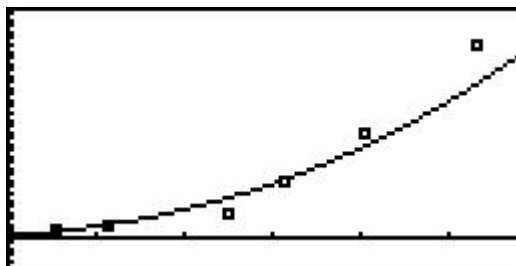
TI-86 opas: *Luku 14: Tilastollisten tietojen syöttäminen, sivu 217*

1. Muodostutetaan laskimella havaintojoukkoa vastaava funktio: **2nd STAT: CALC (F1)**. Alavalikkoon tulee eri regressioyhtälöiden laskentavaihtoehtoja, joiden selitykset löytyvät ohjekirjasta.
2. Nyt käytössä olevaan pistesarjaan mahdollisesti sopii **PwrR (F1, MORE)** tai **ExpR (F5)**.
3. Valitaan ensin **PwrR (F1)** -vaihtoehto: Näytölle tulee teksti **PwrR**, jonka jälkeen komennetaan **ENTER**. Laskin etsii sopivaa vaihtoehtoa ja tulostaa näytölle tulokset.



Kuva: Havaintopisteiden perusteella lasketut kaavan parametrit.

4. Siirrytään **STAT** -valikkoon painamalla **EXIT** ja valitaan **DRAW (F4)**. Tarvittaessa valikot saa pois käyrän edestä **CLEAR** -painikkeella. Saatu viiva noudattaa aluksi kohtuullisen hyvin joukkoa, mutta näyttäisi kuitenkin olevan hieman loivempi kuin mittapisteiden oletama käyrä.



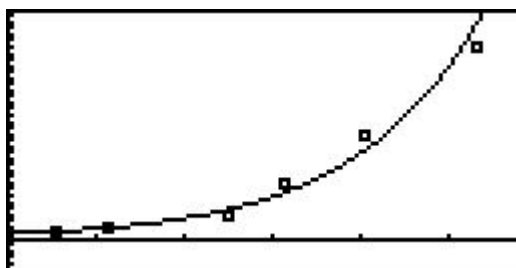
Kuva: Funktion käyrä ja mittauspisteet.

5. Kokeillaan **ExpR** -vaihtoehtoa: Valitaan **2nd STAT** ja sieltä **CALC (F1) | ExpR (F5)** ja painetaan sitten **ENTER**. Näytölle tulee tämän vaihtoehdon parametrit.

```
ExpReg
y=a*b^x
a=.414958587
b=2.01779334
corr=.992121531
n=6
```

Kuva: Havaintopisteiden perusteella lasketut uuden kaavan parametrit.

6. Piirretetään vaihto valitsemalla **2nd STAT: DRAW (F4)**. Nyt näytölle saatu käyrä vastaa paremmin havaintopisteiden jakaumaa.



Kuva: Havaintopisteiden perusteella lasketut uuden kaavan parametrit.

7. Näin saadun funktion kaavan saa esille perustilassa komennoilla: **2nd RCL 2nd STAT: VARS (F5) | MORE | MORE | RegEq (F2)** ja **ENTER**.

```
Rcl RegEq
CALC EDIT PLOT DRAW VARS
Exp RegEq corr a b
```

Kuva: Kaavan haku muuttujasta.

Kaavan saa tallennettua muuttujanimerille lisäämällä tämän jälkeen kaavan eteen esim. **2nd INS A=.414...*2.017...^x** ja **ENTER**.



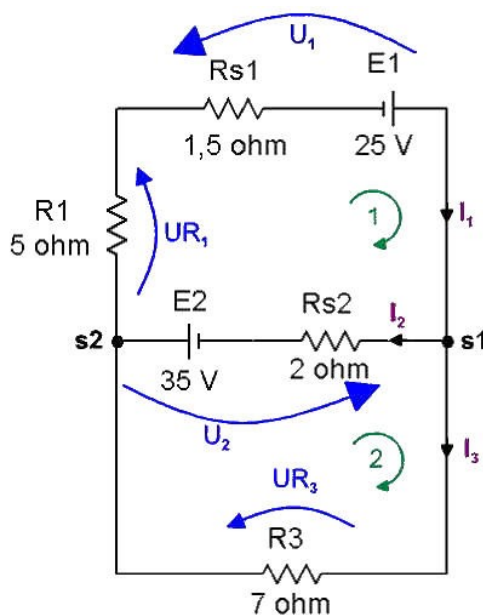
Kuva: Kaavan haku muuttujasta.

- Tallentaminen onnistuu myös regressiovaihtoehtojen laskemisen yhteydessä: Funktio saadaan tallennettua esim. $y1$ -muuttujaan (oletusarvoinen graafisen kuvaajan muuttuja) kirjoittamalla kohdassa 5: **ExpR y1**
- Kullakin hetkellä piirrettyyn funktioon voi soveltaa **GRAPH MORE: MATH (F1)** alta löytyviä toimintoja.

6.4 Matriisin käyttö virtapiiriverkon ratkaisussa

Kts. myös: 2.7.1 Matriisien syöttö laskimeen (s. 27), 2.7.2 Toimenpiteitä matriiseille (s. 28).

Seuraavassa on virtapiiriesimerkki ja sen ratkaisemiseksi muodostetut yhtälöt (yksi vaihtoehto tehdä ne); piirissä on 2 solmua ja 3 haaraa, mikä muodostaa yhden virtayhtälön ja kaksi jännite(silmukka)yhtälöä.



Kuva: Ratkaistava virtapiiri apumerkintöineen.

Taulukko: Virta- ja jänniteyhtälöt.

solmu 1:	$0 = -I_1 + I_2 + I_3$
silmukka 1:	$E_1 + E_2 = I_1 (R_1 + R_{s1}) + I_2 (R_{s2})$
silmukka 2:	$-E_2 = I_3 (R_3) - I_2 (R_{s2})$

Silmukkayhtälöihin sijoitetaan tiedetyt arvot kaaviosta ja solmuyhtälössä I :t korvautuvat ykkösillä (huomaa järjestyksen muutos silmukoiden kohdalla):

Taulukko: Virta- ja jänniteyhtälöt edelleen kehitettyinä.

solmu 1:	$0 = -1 + 1 + 1$
silmukka 1:	$60V = 6.5I_1 + 2I_2 + 0$
silmukka 2:	$-35V = 0 - 2I_2 + 7I_3$

Kunkin yllä olevan kolmen yhtälön komponentit muodostavat matriisin (Arvot A -matriisissa järjestyksessä I_1 , I_2 ja I_3).

Näistä saadaan edelleen muodostettua matriisiyhtälö ratkaisemattomassa muodossa.

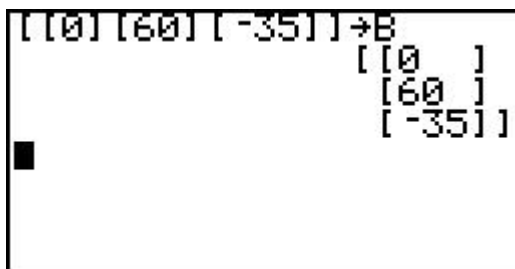
Taulukko: Ratkaisematon matriisiyhtälö.

B		A		X
0	=	-1 1 1	x	I_1
60		6.5 2 0		I_2
-35		0 -2 7		I_3

X -matriisin I_1 , I_2 ja I_3 saadaan ratkaistua kertomalla A :n käänteismatriisi B -matriisilla, eli $X = A^{-1}B$.

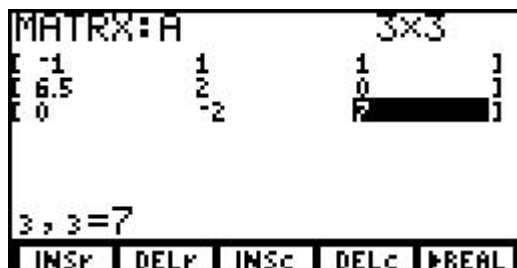
TI:ssä tämä tehdään seuraavasti:

1. Syötetään ensin A ja B -matriisit laskimeen joko suoraan näppäimistöltä tai käyttämällä matriisieditoria. B -matriisi on pieni, joten se voidaan syöttää suoraan näppäimistöltä: **[[0] [60] [-35]] STO-> B** ja sitten **ENTER**.



Kuva: B -matriisin tallennus muuttujaan.

2. A -matriisi voidaan syöttää editorilla: **2nd ja MATRX: EDIT (F2)**. Syötetään matriisille nimeksi **A (ENTER)** ja kooksi **3 (ENTER) x 3 (ENTER)**. Tämän jälkeen syötetään A -matriisin arvot laskimeen alkaen vasemmalta oikealle (**ENTER** syöttää luvun taulukkoon).



Kuva: A -matriisin tallennus muuttujaan.

Kun luvut on syötetty, palataan normaalitilaan **EXIT** -näppäimellä. Matriisien sisällön voi varmistaa tarvittaessa syöttämällä muuttujan nimen ja painamalla **ENTER**, eli:

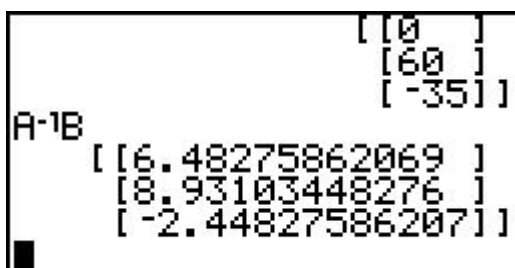
ALPHA A ja **ENTER**

ALPHA B ja **ENTER**

3. Jos luvut olivat oikein, suoritetaan laskutoimitus syöttämällä laskimeen $A^{-1}B$ ja painamalla **ENTER**. Käänteispotenssi löytyy **2nd EE** -näppäilyllä. Tässä tapauksessa laskin olettaa A ja B-muuttujien välillä olevan kertolaskun. Saman asian ajaa myös $A^{-1} \cdot B$.

4. Tulokseksi saadaan matriisi:

```
[[6.48275862069]
 [8.93103448276]
 [-2.44827586207]]
```



Kuva: Matriisikertolaskun tulos.

Eli virtapiirin virta-arvot ovat vastauksessa järjestyksessä I_1 , I_2 ja I_3 .

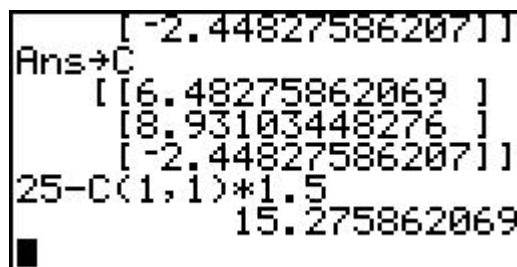
Haarojen virta-arvot: Muut virta-arvot:

$$I_1 = 6.48A \quad I(Rs1) = I(R1) = I_1$$

$$I_2 = 8.93A \quad I(Rs2) = I_2$$

$$I_3 = -2.45A \quad I(R3) = I_3$$

Jos laskutoimitus tallennetaan omalle muuttujalleen (esim. $A^{-1}B \text{ STO} \rightarrow C$ tai heti matriisilaskun jälkeen **2nd Ans STO → C**), voidaan matriisin tarkkoja arvoja edelleen käyttää muiden laskutoimitusten osana viittaamalla matriisin soluihin muuttujan nimellä sekä rivi ja sarakearvoilla (tässä C(rivi,sarake)).



Kuva: Tulomatriisin edelleen käyttäminen toisissa laskuissa.

Taulukko: Verkon jännitearvot.

Jännitteet:		Laskimella:
U_1 :	$E1 = I_1 * Rs1 + U_1$	
	$U_1 = E1 - I_1 * Rs1$	$25 - C(1,1) * 1.5$
	$U_1 = 15.3V$	15.275862069
U_2 :	$E1 = I_2 * Rs2 + U2$	
	$U_2 = E2 - I_2 * Rs2$	$35 - C(2,1) * 2$
	$U_2 = 17.1V$	17.1379310345
$U(R_1)$:	$U(R_1) = R_1 * I_1$	$5 * C(1,1)$
	$= 32.4V$	32.4137931034
$U(Rs2)$:	$U(Rs2) = Rs2 * I_2$	$2 * C(2,1)$
	$= 17.9V$	17.8620689655
$U(R_3)$:	$U(R_3) = R_3 * I_3$	$7 * C(3,1)$
	$= -17.1V$	-17.1379310345

7 Ohjelmointi ja ohjelmia

TI-86 opas: *Luku 16: Ohjelmointi, sivu 247*

TI-86 opas: *Luku 18: TI-86 Link -yhteys, sivu 271*

TI-86 Link ohjetiedosto: *How To... Send Items to the TI-86*

TI-86:tta voi yksinkertaisimmillaan ohjelmoida siihen sisältyvällä BASIC -kielellä. Toinen ja monimutkaisempi vaihtoehto on käyttää konekieltä. Internetistä löytyy hakukoneiden avulla mitä erilaisimpia valmiita ohjelmia, ohjeita ja apuohjelmia ohjelmointiin.

Seuraavassa on yleiset ohjeet tältä sivulta löytyvien ohjelmien syöttämiseksi laskimeen:

Ohjelma joko syötetään laskimeen ohjelmaeditorin kautta tai ladataan tiedosto laskimelle *TI-GRAPH LINK* -ohjelmalla (mihin ohjeet löytyvät itse ohjelmasta ja sen ohjetiedoista). Alla kirjoitusohjeet:

1. Valitaan **PRGM: EDIT (F2)**
2. Laskin kysyy luotavalla ohjelmalle nimeä (Name=). Tähän voi kirjoittaa haluamansa nimen, esim. **DISKR**, minkä jälkeen painetaan **ENTER**.
3. Kirjoitetaan ohjelmakoodi. Kun se on valmis, valitaan **EXIT**, minkä jälkeen ohjelman voi ottaa käyttöön. Kirjoittamista voi nopeuttaa poimimalla komentoja editorin valikoiden **I/O (F3)** ja **CTL (F4)** kautta.

Kirjoitettaessa ohjelmakoodia näiltä sivuilta kunkin rivin *alussa* olevaa kaksoispistettä *EI* tule kirjoittaa laskimeen! Kaksoispiste merkitsee itsenäiset ohjelmarivit listauksessa. Rivi jonka edessä ei ole kaksoispistettä kuuluu yhteen edeltävän rivin kanssa.

Merkki \rightarrow tarkoittaa näppäintä **STO- \rightarrow** . Vertailumerkit kuten \leq saadaan näppäilyllä **2nd TEST** kautta.

Käytät ohjelmia ja niiden tuloksia omalla vastuullasi.

7.1 Ohjelma: Binomin diskreetin laskenta

Tämä ohjelma laskee toisen asteen (ax^2+bx+c) diskreetin arvon (toisen asteen yhtälön ratkaisukaa-
van neliöjuuren alla olevan arvon).

A? .4 B? 6 C? -1800■	Diskreetti: D =2916 √D=54 -reaaliratkaisu
----------------------------	--

Kuvat: Syöttötiedot ja tulos.

7.1.1 Ohjelman käyttö

- Ohjelma käynnistetään valitsemalla **PRGM: NAMES (F1)** ja sitten antamalla nimen jolle ohjelma on tallennettu. Nimen voi joko kirjoittaa tai valita funktionäppäimiltä.
- Ohjelma kysyy ensin yhtälön kaavan vakiot A , B ja C ja tulostaa sitten saadun tuloksen näyttöön. Syötössä kannattaa olla tarkkana, ettei syötä A :n arvoksi B :n arvoa ja päin vastoin. Puuttuva muuttuja voidaan korvata nolllalla. C :n arvon syötön jälkeen ohjelma laskee diskreetin arvon ja tulostaa vastauksen näytölle.
- Ohjelma saadaan uudelleen nopeasti käyntiin painamalla **ENTER** -näppäintä tai perustilaan painamalla **CLEAR** -näppäintä. Ohjelma jättää laskennan jälkeen muistiin muuttujat A , B , C ja D , joista D on siis diskreetin tulos (ilman neliöjuurta).

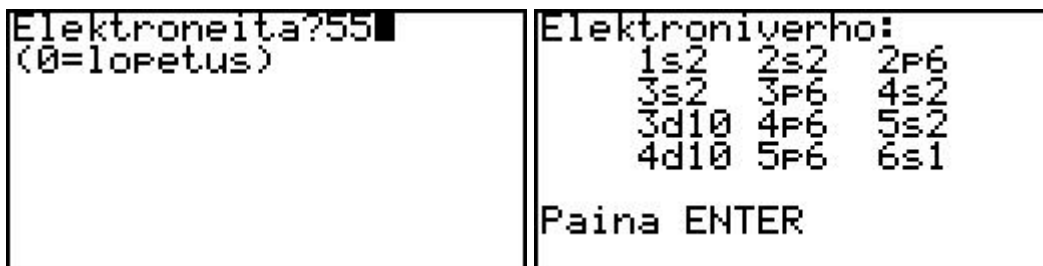
7.1.2 Ohjelman toiminta

1. Ensinn otetaan yhtälön kaavan vakiot A , B ja C (Ax^2+Bx+C).
2. Ohjelma laskee diskreetin sen kaavalla ja sijoittaa tuloksen D -muuttujaan.
3. Tämän jälkeen tulostetaan ensin saatu D :n arvo ja sitten neliöjuuri D .
4. D :n arvon perusteella vielä kerrotaan, minkä tyyppinen ratkaisu lauseella on (kolme eri vaihtoehtoa).

7.1.3 Ohjelmakoodi

```
:CLLCD
:Input "A?",A
:Input "B?",B
:Input "C?",C
:D=B^2-4*A*C
:CLLCD
:Outpt(1,1,"Diskreetti:")
:Outpt(2,1,"D =")
:Outpt(3,1,"√ D=")
:Outpt(2,4,D)
:Outpt(3,4,√ D)
:If D>0
:Then
:Outpt(4,1,"-reaaliratkaisu")
:End
:If D==0
:Then
:Outpt(4,1,"-kaksoisjuuri")
:End
:If D<0
:Then
:Outpt(4,1,"-ei reaaliratkaisua")
:End
```

7.2 Ohjelma: Atomin elektroniverhon laskenta



Kuvat: Syöttötiedot ja tulos Cesiumille.

Tämä ohjelma kertoo atomin elektroniverhon rakenteen, eli montako elektronia löytyy kultakin kuorelta.

Ohjelma ei esim. huomioi kromin ja kuparin täyttymisjärjestyksen poikkeavuutta. Ohjelma näyttäisi muutoin toimivan, mutta käytät sitä ja sen tuloksia siis omalla vastuullasi.

7.2.1 Ohjelman käyttö

- Ohjelma käynnistetään valitsemalla **PRGM: NAMES (F1)** ja sitten antamalla nimen jolle ohjelma on tallennettu. Nimen voi joko kirjoittaa tai valita funktionäppäimiltä.
- Ohjelma kysyy tulostettavan aineen elektronien lukumäärän. Tähän syötetään haluttu luku ja painetaan sitten **ENTER**. Jos halutaan lopettaa ohjelma, syötetään tässä kohdassa **0** (nolla).
- Ohjelma tulostaa elektronikuoren rakenteen kunkin osan muodossa *[kuoren järjestysnumero][orbitaali][elektronien lukumäärä]*. Esim. $3p^6$. Sama tavallisella merkintätavalla on $3p^6$. Huomaa, että tulostettu järjestys ei välttämättä ole sama kuin joissain kirjoissa esitetty järjestys.

7.2.2 Ohjelman toiminta

1. Ensimmäisenä ohjelmassa alustetaan taulukko **EK**, jonka avulla lasketaan kunkin elektroniverhon miehitys. Laskimen termistössä kyseessä on matriisi (kooltaan 19×2).
2. Jos vastaus on nolla, lopetetaan ohjelma. Muutoin alustetaan käytettävät muuttujat, tyhjenetään näyttö ja tulostetaan otsikko.
3. Tämän jälkeen suoritetaan toistorakenne jota kierrätetään kunnes kaikki elektronit on laskettu:
 1. Kuoren elektronien maksimimäärän perusteella määritellään kuoren kirjain.
 2. Jos elektronien määrä on pienempi kuin kuorelle mahtuisi, tulostetaan loput ja asetetaan elektronien määrä nolaksi (lopettaa toistorakenteen).
 3. Muutoin tulostetaan maksimimäärä ja vähennetään elektronien määrää sillä. Kasvatetaan indeksiä jolla selataan taulukkoa **EK**.
 4. Kasvatetaan tulostuksen sarakearvoa, ja jos tämä tulee sopivaan arvoon, kasvatetaan rivinumeroa ja palautetaan sarakearvo yhteen.

4. Toistorakenteen jälkeen laskenta loppuu ja pyydetään painamaan **ENTERiä** (jotta tulos näkyisi halutun ajan).
5. Lopetettaessa poistetaan käytetyt muuttujat muistista ja tyhjennetään näyttö.

7.2.3 Ohjelmakoodi

```

:Lbl1 ALKU
:ClrLCD
:[ [1,2] [2,2] [2,6] [3,2] [3,6]
[4,2] [3,10] [4,6] [5,2] [4,10]
[5,6] [6,2] [4,14] [5,10] [6,6]
[7,2] [5,14] [6,10] [7,6] ] → EK
:Outpt(2,1,"(0=lopetus)")
:Input "Elektroneita?",EM
:If EM==0
:Then
:Goto LOPETUS
:End
:1 → I:EM → JL:1 → X:2 → Y
:ClrLCD
:Outpt(1,1,"Elektroniverho:")
:While JL>0
:If EK(I,2)==2
:Then
:"s" → VM
:End
:If EK(I,2)==6
:Then
:"p" → VM
:End
:If EK(I,2)==10
:Then
:"d" → VM
:End
:If EK(I,2)==14
:Then
:"f" → VM
:End
:If JL ≤ EK(I,2)
:Then
:Outpt(Y,X*5,EK(I,1))
:Outpt(Y,X*5+1,VM)
:Outpt(Y,X*5+2,JL)
:0 → JL
:Else
:Outpt(Y,X*5,EK(I,1))
:Outpt(Y,X*5+1,VM)
:Outpt(Y,X*5+2,EK(I,2))
:JL-EK(I,2) → JL
:I+1 → I
:End
:X+1 → X
:If X==4
:Then
:1 → X:Y+1 → Y
:End
:End
:Outpt(Y+1,1,"Paina ENTER")
:Pause
:Goto ALKU
:Lbl LOPETUS
:ClrLCD
:DelVar(EM)
:DelVar(EK)
:DelVar(JL)
:DelVar(I)
:DelVar(X)
:DelVar(Y)
:DelVar(VM)
:DelVar(N)
:ClrLCD

```

7.3 Ohjelma: Yksittäinen normeerattu todennäköisyys(kertymä)

Tämä ohjelma normeeraa annetun jakauman ja kertoo annetun yksittäisen todennäköisyyden.

Anna μ : 8.29	Normeerattuna:
Anna σ : 2	-1.645
Anna X: 5■	Kertymä:
	.049984905516

Kuvat: Syöttötiedot ja tulos.

7.3.1 Ohjelman käyttö

- Ohjelma käynnistetään valitsemalla **PRGM: NAMES (F1)** ja sitten antamalla nimen jolle ohjelma on tallennettu. Nimen voi joko kirjoittaa tai valita funktionäppäimiltä.
- Ohjelma kysyy ensin odotusarvon (μ =). Jos etsitään todennäköisyyttä jo normeeratulta käyrältä, tähän tulee syöttää arvo **0**.
- Seuraavaksi ohjelma kysyy keskihajonnan (σ =). Huomaa, että tässä ohjelma odottaa "juuretettua" keskihajonnan arvoa, eli jos keskihajonta on annettu korotettuna toiseen neliöön, se pitää syöttää tähän neliöjuurena. Jos etsitään todennäköisyyttä jo normeeratulta käyrältä, tähän tulee syöttää arvo **1**.
- Viimeiseksi ohjelma kysyy tutkittavan satunnaismuuttujan (X =) arvon.
- Tämän jälkeen ohjelma normeeraa käyrän (ellei se ole muotoa $X \sim (0,1^2)$) ja laskee kertymän. Ohjelman tämä vaihe voi kestää hyvinkin pitkään, joten pieni kärsivällisyys on paikallaan.
- Ohjelman alkuun voi tämän jälkeen palata yksinkertaisesti painamalla **ENTER**. Muita laskuja voi alkaa laskemaan painamalla ensin **CLEAR** ja sitten syöttämällä halutun laskutoimituksen.
- Ohjelman suorituksen jälkeen laskun tiedot ovat tallella seuraavissa muuttujissa:
normeerattu arvo: C
kertymä: D

7.3.2 Ohjelman toiminta

1. Alussa ohjelma alustaa käytettävät muuttujat nolliksi ja kysyy sitten arvot kullekin muuttujalle.
2. Jos odotus ja keskihajonta ovat jo normaalijakauman arvot, ohjelma laskee suoraan kertymän.
3. Jos ei olla normaalijakaumassa, ohjelma käy laskemassa normeeratun arvon, tulostaa sen ja asettaa muuttujien arvot uudelleen. Tämän jälkeen ohjelma palaa kertymän laskuun.
4. Kertymän laskemisen jälkeen ohjelma tulostaa saadun kertymän (todennäköisyyden).

7.3.3 Ohjelmakoodi

- kreikkalaiset aakkoset löytyvät laskimesta **2nd CHAR: GREEK** -valinnan kautta.

```
:Lbl ALKU
:ClrLCD
:0→A:0→B:0→X
:Input "Anna μ: ",A
:Input "Anna σ: ",B
:Input "Anna X: ",C
:ClrLCD
:If A==0
:Then
:If B==1
:Then
:Lbl NJ
:fnInt((B*√(2π))⁻¹*e^(-.5*((C-A)/B)²),C,-20,C)→D
:Goto VAST
:End
:End
:(C-A)/B→D
:Outpt(1,1,"Normeerattuna:")
:Outpt(2,1,D)
:D→C:0→A:1→B
:Goto NJ
:Lbl VAST
:Outpt(3,1,"Kertymä:")
:Outpt(4,1,D)
```

7.4 Ohjelma: Diskreetti Fourier -muunnos ja käänteismuunnos (DFT/IDFT)

Tämä ohjelma tekee diskreetin muunnoksen tai käänteismuunnoksen annetulle lukujonolle.

DFT=1, IDFT=0: 1	DFT=
Anna N: 4	{(1,0), (6,1), (-9,0), (
Anna arvo: 1	6, -1)}
Anna arvo: 2	
Anna arvo: -5	
Anna arvo: 3	

Kuvat: Syöttötiedot ja tulos $\{1, 6+j, -9, 6-j\}$.

Ohjelma ei sovellu sellaisenaan digitaalisen signaalinkäsittelyn DFT-muunnoksiin. Kts. 7.4.4 DSP-jatkokäsittely (s. 80).

7.4.1 Ohjelman käyttö

- Ohjelma käynnistetään valitsemalla **PRGM: NAMES (F1)** ja sitten antamalla nimen jolle ohjelma on tallennettu. Nimen voi joko kirjoittaa tai valita funktionäppäimiltä.
- Ohjelma kysyy ensin tehdäänkö Fourier- vai sen käänteismuunnos. Tähän syötetään **1** jos halutaan Fourier -muunnos (DFT) tai **0** jos halutaan käänteinen Fourier -muunnos (IDFT). Kuitataan valinta **ENTER**illä. Jos halutaan lopettaa ohjelma, syötetään tässä kohdassa **2nd QUIT**.
- Ohjelma kysyy jonon lukujen määrän (N). Syötetään arvo ja painetaan **ENTER**.
- Ohjelma kysyy kunkin jonon luvun yksi kerrallaan (Anna arvo:). Syötetään jonon lukuarvot yksi kerrallaan, kuitaten **ENTER**illä. Syötössä kannattaa huomioida laskimen hitaus, eli varmistua että syötetyt arvot ovat oikein ennen kuin kuittaa luvun syötetyksi. Kompleksiluvut voidaan syöttää joko käyttämällä laskimen sulkeismuotoa (s. 30) tai ehkä selkeämmin käyttämällä j -kompleksilukuvakiota (s. 13).
- Viimeisen syötetyn luvun jälkeen laskin laskee muunnoksen ja tulostaa se lopuksi näytölle. Ohjelman saa nyt käynnistymään uudelleen painamalla **ENTER** tai loppumaan painamalla **CLEAR** ja syöttämällä jonkin muun laskutoimituksen. Alkuperäinen ja laskettu jono jäävät laskimen muistiin ohjelman suorituksen jälkeen muuttujanimille f ja DF mahdollisia jälkitoimenpiteitä varten.
- Ohjelma muuntaa 1×10^{-10} ja sitä pienemmät luvut nolliksi. Tuloksista kannattaa huomioida kompleksilukujen esityksessä käytetty formaatti.

7.4.2 Ohjelman toiminta

1. Alussa ohjelma alustaa käytettävät muuttujat nolliksi ja kysyy mitä muunnosta käytetään. Jos käyttäjä antaa muun kuin ykkösen, oletetaan käänteismuunnos.
2. Ohjelma kysyy syötettävien lukujen lukumäärän.
3. Ohjelma kysyy while -loopissa luvut ja tallentaa ne f -listaan.

4. Ohjelma toimii kahdella while -loopilla, joista ulompi kasvattaa k :n arvoja (tässä I) ja sisempi kasvattaa n :n (tässä H) arvoja kullekin k :lle.
Kullakin n :n kierroksella lasketaan muunnos (jonka tyyppin määrittää alussa valittu C -kerroin) ja summataan saatu tulos aikaisempiin tuloksiin.
Jos saadun tuloksen reaali- tai imaginaariosa on pienempi kuin $1E-10$, se muutetaan nol-laksi. Kullakin k :n kierroksen päätteeksi saatu summa tallennetaan listaan DF .
 DF :n välitulokset tulostetaan näytölle.
5. Kun while -silmukat päättyvät, tulostetaan saatu lopputulos DF -muuttujasta.
6. Lopuksi pyyhitään tarpeettomat muuttujat pois muistista.

7.4.3 Ohjelmakoodi

```
:ClLCD
:N=0:I=1:C=0:f={0}
:Input "DFT=1,IDFT=0: ",C
:If C≠1:Then
:-1→C
:End
:Input "Anna N: ",N
:While I≤N
:Input "Anna arvo: ",A
:A→f(I)
:I+1→I
:End
:ClLCD
:I=1:DF={0}
:Disp "Lasketaan..."
:While I≤N
:H=1:A=0
:While H≤N
:A+f(H)*e^(C*(0,-1)*2π*
(I-1)*(H-1)/N)→A
:If abs (real A)≤1E-10:Then
:(0,imag A)→A
:End
:If abs (imag A)≤1E-10:Then
:(real A,0)→A
:End
:H+1→H
:End
```

```
:If C==1:Then
:A→DF(I)
:Else
:(1/N)*A→DF(I)
:End
:Disp DF(I)
:I+1→I
:End
:ClLCD
:If C==1:Then
:Outpt(1,1,"DFT=")
:Else
:Outpt(1,1,"IDFT=")
:End
:Outpt(2,1,DF)
:DelVar(N)
:DelVar(I)
:DelVar(C)
:DelVar(A)
:DelVar(H)
```

7.4.4 DSP-jatkokäsittely

Edellä kuvattu ohjelma voi kelvata matematiikan tunneille, mutta digitaalisen signaalinkäsittelyn tunneilla tulos jää vaillinaiseksi. Tosin niillä käytetään tavallisesti matematiikkaohjelmistoa (kuten MATLAB), joten tämä jäänee lähinnä kuriositeetiksi.

Esim. Laske 8-pisteinen DFT, kun $x(n)=[1 \ 1 \ 1 \ 1 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0]$, $N=8$.

1. Lasketaan ensin DFT normaalisti: valitaan **DFT (1)** ja **N= 8**.
2. Syötetään $x(n)$ luvut yksi kerrallaan: **1, 1, 1, 1, 0, 0, 0, 0**
3. Ohjelman ajon päätyttyä valitaan **CLEAR**.
4. Puretaan kompleksilukujen itseisarvot jäljelle jääneestä listasta **DF** komentamalla: **2nd MATH: NUM (F1) | abs (F5)** ja lisätään tämän jälkeen: **DF STO-> A**, jolloin näytöllä pitäisi olla: **abs DF→A**. Valitaan **ENTER**.
5. **A** -muuttujaan tallentuneet itseisarvot pitää vielä skaalata kaavalla $1/N \cdot A$:
1/8*A→A ja **ENTER**.
6. Tämän jälkeen saadaan skaalattu $X(n)$ joka on:

$$X(n) = [0.5$$

$$0.326640741219$$

$$0$$

$$0.135299025037$$

$$0$$

$$0.135229025037$$

$$0$$

$$0.326640741219]$$

Tämän jatkokäsittely amplitudi- ja vaihearvoiksi onkin sitten jo toinen juttu.